Barisan dan Deret

Matematika Umum Kelas XI

PENYUSUN

Istiqomah, S.Pd

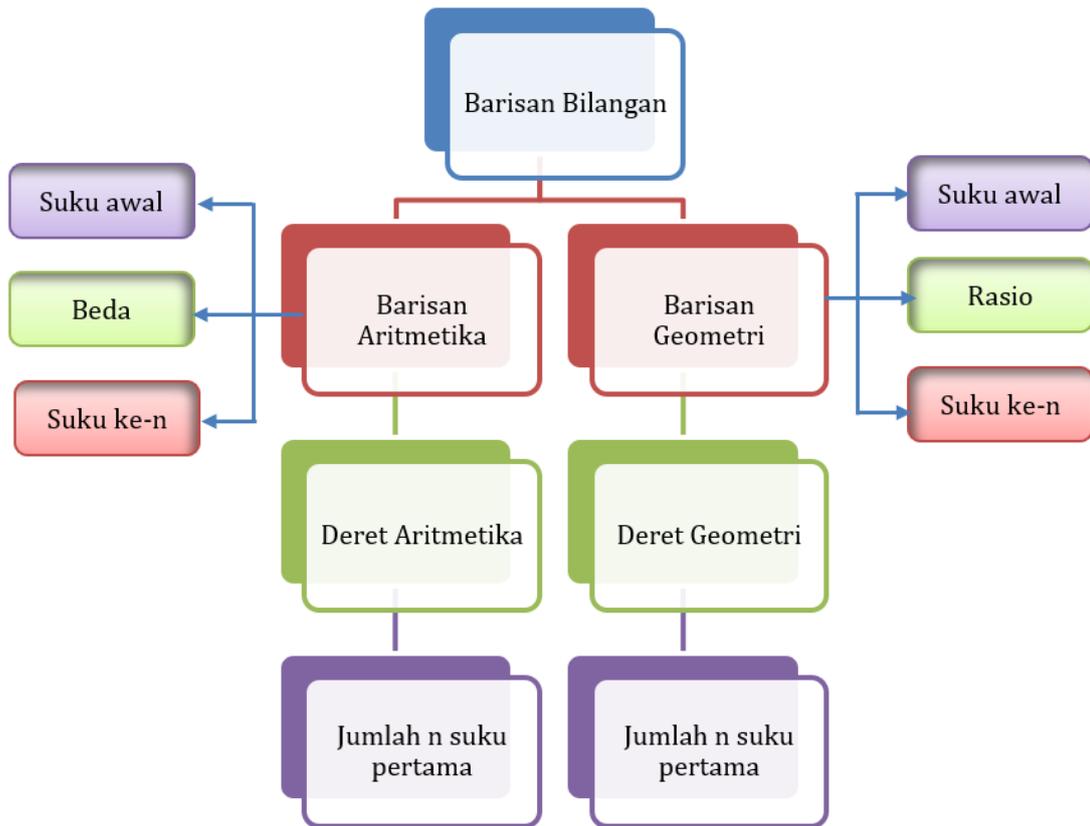
SMA Negeri 5 Mataram

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Barisan bilangan	:	urutan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu.
Pola Bilangan	:	aturan yang dimiliki oleh sebuah deretan bilangan.
Deret	:	jumlah seluruh suku-suku dalam barisan dan dilambangkan dengan S_n.
Barisan Aritmetika	:	barisan bilangan yang selisih antara dua suku yang berurutan sama atau tetap. Selisih dua suku yang berurutan disebut **beda (b)**
Deret Aritmetika	:	jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika. Jika barisan aritmetikanya adalah U_1, U_2, U_3, …., Un maka deret aritmetikanya U_1+ U_2+ U_3+ ….+ U_n dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$
Barisan geometri	:	suatu barisan bilangan yang hasil bagi dua suku yang berurutan selalu tetap (sama).
Deret geometri	:	jumlah dari semua suku-suku pada barisan geometri dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$
Deret geometri takhingga	:	deret geometri dengan banyak suku takberhingga. Deret geometri takhingga dengan rasio $\|r\| >1$ tidak dapat dihitung. Sedangkan deret geometri dengan rasio antara –1 dan 1 tetapi bukan 0 dapat dihitung sebab nilai sukunya semakin kecil mendekati nol (0) jika n semakin besar.
Deret Divergen:	:	deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai
Deret Konvergen	:	deret geometri takhingga yang mempunyai nilai
Bunga Tunggal	:	metode pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan modal pokok pinjaman atau modal awal simpanan saja.
Bunga Majemuk	:	metoda pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan besar modal atau simpanan pada periode bunga berjalan
Anuitas	:	rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit.

PETA KONSEP

Barisan Bilangan
Barisan Aritmetika
Barisan Geometri
Suku awal
Beda
Suku ke-n
Suku awal
Rasio
Suku ke-n
Deret Aritmetika
Deret Geometri
Jumlah n suku pertama
Jumlah n suku pertama

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran : Matematika Umum
Kelas : XI
Alokasi Waktu : 12 x 45 menit (12 JP)
Judul Modul : Barisan dan Deret

B. Kompetensi Dasar

3.6 Menggeneralisasi pola bilangan dan jumlah pada barisan Aritmetika dan Geometri.
4.6 Menggunakan pola barisan aritmetika atau geometri untuk menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual (termasuk pertumbuhan, peluruhan, bunga majemuk, dan anuitas).

C. Deskripsi Singkat Materi

Barisan adalah daftar urutan bilangan dari kiri ke kanan yang mempunyai karakteristik atau pola tertentu. Setiap bilangan dalam barisan merupakan suku dalam barisan. Jika beda antara suatu suku apa saja dalam suatu barisan dengan suku sebelumnya adalah suatu bilangan tetap b maka barisan ini adalah **barisan aritmatika**. Bilangan tetap b itu dinamakan beda dari barisan. Sedangkan **deret aritmatika** adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika.

Jika rasio antara suku apa saja dalam suatu barisan dengan suku sebelumnya merupakan suatu bilangan tetap r maka barisan tersebut adalah barisan geometri bilangan tetap r disebut rasio dari barisan. Sedangkan deret geometri adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan geometri.

Dalam modul ini, kalian akan mempelajari pola bilangan, barisan, dan deret diidentifikasi berdasarkan ciri-cirinya. Barisan dan deret aritmatika diidentifikasikan berdasarkan ciri-cirinya, nilai unsur ke n suatu barisan aritmatika ditentukan dengan menggunakan rumus $U_n = a + (n-1) \cdot b$, jumlah n suku pertama suatu deret aritmatika ditentukan dengan menggunakan rumus $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1) \cdot b$. Barisan dan deret geometri diidentifikasikan berdasarkan ciri-cirinya, nilai unsur ke n suatu barisan geometri ditentukan dengan menggunakan rumus $U_n = a \cdot r^{n-1}$, jumlah n suku pertama suatu deret geometri ditentukan dengan menggunakan rumus $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$, jumlah takhingga deret geometri ditentukan dengan menggunakan rumus $S_\infty = \frac{a}{1-r}$.

Banyak sekali permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang bisa diselesaikan dengan konsep barisan dan deret, misalnya menghitung jumlah perkembang biakan bakteri, pertumbuhan jumlah penduduk, menghitung besar bunga dan anuitas dalam bidang ekonomi dan masih banyak masalah-masalah lain yang bisa dipecahkan dengan konsep barisan deret.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Anak-anakku sekalian, modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan kalau memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
5. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Di bagian akhir modul disediakan soal evaluasi, silahkan mengerjakan soal evaluasi tersebut agar kalian dapat mengukur penguasaan kalian terhadap materi pada modul ini. Cocokkan hasil pengerjaan kalian dengan kunci jawaban yang tersedia.
8. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi 5 kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Pola Bilangan, Barisan dan Deret

Kedua : Barisan dan Deret Aritmatika

Ketiga : Barisan dan Deret Geometri

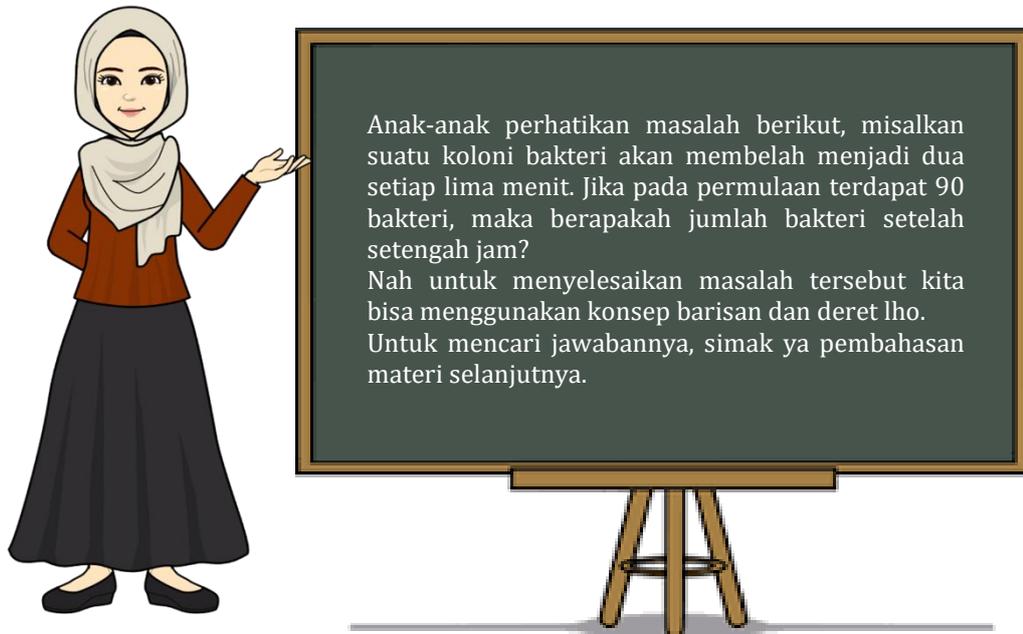
Keempat : Deret Geometri Tak Hingga

Kelima : Aplikasi Barisan dan Deret

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
Pola Bilangan, Barisan dan Deret

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak, setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami tentang Pola Bilangan, Barisan dan Deret
2. Menentukan pola suatu barisan bilangan,
3. Menentukan suku ke n suatu barisan berdasarkan sifat/pola yang dimiliki,
4. Menentukan n suku pertama suatu barisan jika rumus suku ke n barisan itu diketahui,
5. Menentukan suku ke n suatu deret berdasarkan sifat/pola yang dimiliki,
6. Menentukan n suku pertama suatu deret jika rumus suku ke n deret itu diketahui.

B. Uraian Materi

POLA BILANGAN

1. Pengertian Barisan Bilangan

Barisan bilangan adalah urutan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu.

Contoh :

a. 1, 2, 3, 4, 5,….
b. 2, 4, 6, 8, 10,….
c. 14, 11, 8, 5, 2,….
d. 2,− 2, 2, − 2, 2, − 2,….
e. 1, ½, ¼, 1/8, ….
f. 8,4,3,1, − 2, − 5,….
g. 1, 5, 3, 7, 9,….

Pada contoh diatas, bilangan-bilangan pada a,b,c,d,e mempunyai aturan tertentu sehingga disebut sebagai barisan bilangan, sedangkan f dan g tidak mempunyai aturan.
Tiap-tiap bilangan pada barisan bilangan disebut suku (U)
Suku pertama dilambangkan dengan $\mathbf{U_1}$ atau a
Suku kedua dilambangkan dengan $\mathbf{U_2}$
Suku ketiga dilambangkan dengan $\mathbf{U_3}$
Suku ke-n dilambangkan dengan $\mathbf{U_n}$ dengan n ∈A (bilangan Asli)

2. Pola bilangan suku ke-n (U_n)

Barisan bilangan : 1, 3, 5, 7, ... maka
$U_1 = 1 = (2 \times 1) - 1$
$U_2 = 3 = (2 \times 2) - 1$
$U_3 = 5 = (2 \times 3) - 1$
$U_4 = 7 = (2 \times 4) - 1$
....
$\mathbf{U_n = (2 \times n) - 1} \rightarrow$

Contoh 2:

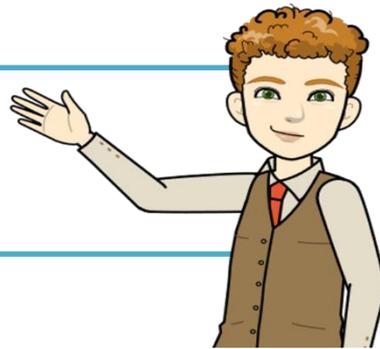
Barisan bilangan : 1, 4, 9, 16, ...maka
$U_1 = 1 = (1 \times 1)$
$U_2 = 4 = (2 \times 2)$
$U_3 = 9 = (3 \times 3)$
$U_4 = 16 = (4 \times 4)$
...
$U_n = (n \times n) = \mathbf{n^2} \rightarrow$ $\mathbf{U_n = n^2}$

Contoh 3:

Tentukan tiga suku pertama suatu barisan yang rumus suku ke-n nya $U_n = 3n^2 - 2$!

Jawab :
$U_1 = 3(1)^2 - 2 = 3 - 2 = 1$
$U_2 = 3(2)^2 - 2 = 12 - 2 = 10$
$U_3 = 3(3)^2 - 2 = 27 - 2 = 25$
Jadi tiga suku pertama barisan tersebut adalah 1, 10, 25

Contoh 4

Tentukan rumus suku ke-n dari barisan
a) 4, 6, 8, 10, ...
b) 1, 9, 25, 49, ...

Jawab :

a) 4, 6, 8, 10, ...

$U_1 = 4 = 2 + 2 = (2 \text{ x } 1) + 2$
$U_2 = 6 = 4 + 2 = (2 \text{ x } 2) + 2$
$U3 = 8 = 6 + 2 = (2 \text{ x } 3) + 2$
$U4 = 10 = 8 + 2 = (2 \text{ x } 4) + 2$
....
$\mathbf{U_n = (2 \text{ x } n) + 2 = 2n + 2} \rightarrow$ $\mathbf{U_n = 2n + 2}$

b) 1, 9, 25, 49, ...

$U_1 = 1 = 12 = ((2 \text{ x } 1) - 1)^2$
$U_2 = 9 = 32 = ((2 \text{ x } 2) - 1)^2$
$U_3 = 25 = 52 = ((2 \text{ x } 3) - 1)^2$
$U_4 = 16 = 72 = ((2 \text{ x } 4) - 1)^2$
....
$\mathbf{U_n = (2n - 1)^2} \rightarrow$ $\mathbf{U_n = (2n - 1)^2}$

Contoh 5

Suatu barisan bilangan dengan rumus $U_n = (\frac{1}{2})^n$
a) Tulis empat buah suku pertamanya
b) Berapa suku ke-5 dan ke-7?

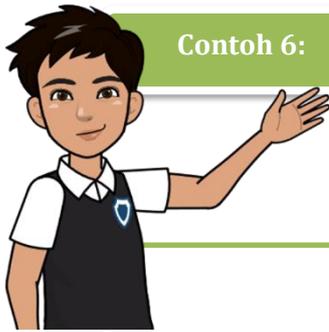
Jawab :

a) $U_n = (\frac{1}{2})^n$

$U_1 = (\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{2}$
$U_2 = (\frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$
$U_3 = (\frac{1}{2})^3 = (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) = \frac{1}{8}$
$U_4 = (\frac{1}{2})^4 = (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) = \frac{1}{16}$

Jadi barisannya adalah $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, ...$

b) Suku ke-5 adalah $U_5 = (\frac{1}{2})^5 = (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) = \frac{1}{32}$

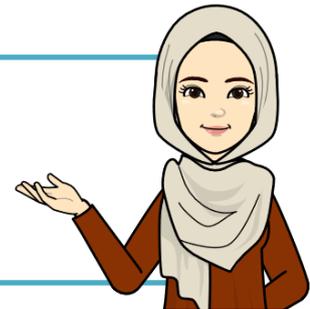
Suku ke-7 adalah $U_7 = (\frac{1}{2})^7 = (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) = \frac{1}{128}$

Hitunglah n jika :
a) $U_n = 3^n + 3 = 30$
b) $U_n = n^2 + 1 = 17$

Jawab :

a) $Un = 3^n + 3 = 30$
$\Leftrightarrow \; 3^n = 30 - 3$
$\Leftrightarrow \; 3^n = 27$
$\Leftrightarrow \; 3^n = 3^3$
$\Leftrightarrow \; n = 3$

b) $U_n = n^2 + 1 = 17$
$\Leftrightarrow \; n^2 = 17 - 1$
$\Leftrightarrow \; n^2 = 16$
$\Leftrightarrow \; n = \pm 4$
Karena $n \in A$ maka yang berlaku adalah $n = 4$

3. Pengertian Deret

Deret adalah jumlah seluruh suku-suku dalam barisan dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$. berikut adalah contoh deret.
a) 1+2+3+4+5+....
b) 1+3+5+7+....
c) 2+4+6+8+....

Contoh :
Diketahui suatu deret : 1+3+5+7+....
Tentukan :
a) Jumlah dua suku yang pertama
b) Jumlah lima suku pertama

Jawab :
a) $S_2 = 1+3 = 4$
b) $S_5 = 1+3+5+7+9 = 25$

C. Rangkuman

1. Pengertian Barisan
Barisan bilangan adalah urutan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu.

2. Pola bilangan
Pola Bilangan adalah aturan yang dimiliki oleh sebuah deretan bilangan.

3. Pengertian Deret
Deret adalah jumlah seluruh suku-suku dalam barisan dan dilambangkan dengan S_n

D. Latihan Soal

Untuk mengukur kemampuan kalian, kerjakan Latihan berikut

1. Jika rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = 5 - 2n^2$, maka selisih suku ketiga dan kelima adalah ….
   A. 32 B. −32 C. 28 D. −28 E. 25

2. Rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = 4 + 2n - an^2$, Jika suku ke 4 adalah −36 maka nilai a adalah …
   A. −3 B. −2 C. 2 D. 3 E. 4

3. Rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = \frac{n^2-1}{n+3}$, Suku keberapakah 3 ?
   A. 8 B. 6 C. 5 D. 4 E. 3

4. Suatu barisan 1, 4, 7, 10, … memenuhi pola $U_n = an + b$. Suku ke 10 dari barisan itu adalah
   A. 22 B. 28 C. 30 D. 31 E. 33

5. Suatu barisan 2, 5, 10, 17, …. memenuhi pola $Un = an^2 + bn + c$. Suku ke 9 dari barisan itu adalah
   A. 73 B. 78 C. 80 D. 82 E. 94

6. Barisan 2, 9, 18, 29, … memenuhi pola $U_n = an^2 + bn + c$. Suku ke berapakah 42?
   A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9

7. Suku ke 20 dari barisan 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, …. adalah
   A. 1 B. 9 C. 10 D. 11 E. 18

8. Suku pertama suatu barisan adalah 4, sedangkan suku umum ke-n (untuk $n > 1$) ditentukan dengan rumus $U_n = 3.U_{n-1} - 5$. Suku ke tiga adalah …
   A. 16 B. 14 C. 13 D. 12 E. 10

9. Rumus umum suku ke-n dari barisan 6, 10, 14, 18, 22, …., adalah $U_n = an + b$. Rumus suku ke-n barisan tersebut adalah …
   A. $Un = 4n - 2$ B. $Un = 3n + 3$ C. $Un = 5n + 1$
   D. $Un = 3n - 2$ E. $Un = 4n + 2$

10. Pola bilangan untuk barisan 44, 41, 38, 35, 32, … memenuhi rumus …
    A. $U_n = 44 - n$ B. $U_n = 46 - 2n$ C. $U_n = 48 - 4n$
    D. $U_n = 3n + 41$ E. $U_n = 47 - 3n$

Pembahasan:

No.	Pembahasan	Skor
1.	Diketahui : $U_n = 5 - 2n^2$ Ditanyakan : $U_3 - U_5 = \cdots ?$ **Jawab:** $\Leftrightarrow U_3 - U_5$ $\Leftrightarrow (5 - 2(3)^2) - (5 - 2(5)^2)$ $\Leftrightarrow (5 - 2(9)\ \ ) - (5 - 2(25))$ $\Leftrightarrow (5 - 18) - (5 - 50)$ $\Leftrightarrow (-13) - (-45)$ $\Leftrightarrow 32$ **Jawaban : A**	**10**
2.	Diketahui : $U_n = 4 + 2n - an^2$ $U_4 = -36$ Ditanyakan : $a = \cdots ?$ **Jawab:** $U_4 = -36$ $4 + 2(4) - a(4)^2 = -36$ $4 + 8 - 16a = -36$ $12 - 16a = -36$ $-16a = -48$ $a = 3$ **Jawaban : D**	**10**
3.	Diketahui : $U_n = \dfrac{n^2 - 1}{n + 3}$ $U_n = 3$ Ditanyakan : $n = \cdots ?$ **Jawab:** $U_n = 3$ $\frac{n^2-1}{n+3} = 3$ $n^2 - 1 = 3n + 9$ $n^2 - 3n - 10 = 0$ $(n - 5)(n + 2) = 0$ $\boldsymbol{n = 5}\ atau\ n = -2$ **Jawaban : C**	**10**
4.	Diketahui : Barisan 1, 4, 7, 10, ... $U_n = an + b$ Ditanyakan : $U_{10} = \cdots ?$ **Jawab:** Menentukan U_n : $U_1 = 1$ $a + b = 1 \ldots Persamaan\ (1)$ $U_2 = 4$ $2a + b = 4 \ldots Persamaan\ (2)$ Dengan SPLDV diperoleh a = 3 dan b = -2, sehingga:	**10**

	$U_n = 3n - 2$ $U_{10} = 3(10) - 2$ $= 30 - 2$ $= 28$ **Jawaban : B**	
5.	Diketahui : Barisan 2, 5, 10, 17, … $U_n = an^2 + bn + c$ Ditanyakan : $U_9 = \cdots ?$ **Jawab:** Menentukan nilai a, b, dan c $U_1 = 2$ $a + b + c = 2 \dots\ Persamaan\ (1)$ $U_2 = 5$ $4a + 2b + c = 5 \dots\ Persamaan\ (2)$ $U_3 = 10$ $9a + 3b + c = 10 \dots\ Persamaan\ (3)$ Dengan menggunakan SPLTV diperoleh a = 1; b = 0; dan c = 1, sehingga: $U_n = (1)n^2 + (0)n + 1$ $U_n = n^2 + 1$ $U_9 = 9^2 + 1$ $U_9 = 82$ **Jawaban : D**	**10**
6.	Diketahui : Barisan 2, 9, 18, 29, … $U_n = an^2 + bn + c$ $U_n = 42$ Ditanyakan : $n = \cdots ?$ **Jawab:** Menentukan nilai a, b, dan c $U_1 = 2$ $a + b + c = 2 \dots\ Persamaan\ (1)$ $U_2 = 9$ $4a + 2b + c = 9 \dots\ Persamaan\ (2)$ $U_3 = 18$ $9a + 3b + c = 18 \dots\ Persamaan\ (3)$ Dengan menggunakan SPLTV diperoleh a = 1; b = 4; dan c = -3, sehingga: $U_n = n^2 + 4n - 3$ Menentukan n: $U_n = 42$ $n^2 + 4n - 3 = 42$ $n^2 + 4n - 45 = 0$ $(n + 9)(n - 5) = 0$ $n = -9\ atau\ \boldsymbol{n = 5}$ **Jawaban : A**	**10**

7.	Diketahui : Barisan 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, ... Ditanyakan : $U_{20} = \cdots ?$ Jawab: Dengan memperhatikan pola dari barisan tersebut, maka suku ke-20 adalah $\frac{20}{2} = 10$. **Jawaban : C**	
8.	Diketahui : $U_1 = 4$ $U_n = 3U_{n-1} - 5$ Ditanyakan : $U_3 = \cdots ?$ **Jawab:** $U_2 = 3U_1 - 5$ $U_2 = 3(4) - 5$ $U_2 = 7$ $U_3 = 3U_2 - 5$ $U_3 = 3(7) - 5$ $U_3 = 16$ **Jawaban : A**	**10**
9.	Diketahui : Barisan 6, 10, 14, 18, 22, $U_n = an + b$ Ditanyakan : $U_n = \cdots ?$ **Jawab:** $U_1 = 6$ $a + b = 6 \ldots\ Persamaan\ (1)$ $U_2 = 10$ $2a + b = 10 \ldots\ Persamaan\ (2)$ Dengan menggunakan SPLDV diperoleh a = 4; dan b = 2, sehingga : $U_n = 4n + 2$ **Jawaban : E**	**10**
10.	Diketahui : Barisan 44, 41, 38, 35, 32, ... Ditanyakan : $U_n = \cdots ?$ **Jawab:** Dari barisan di atas, diperoleh a = 44; b = -3 sehingga: $U_n = a + (n-1)b$ $U_n = 44 + (n-1)(-3)$ $U_n = 44 - 3n + 3$ $U_n = 37 - 3n$ **Jawaban : E**	**10**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total} x\ 100\%$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami tentang Pola Bilangan, Barisan dan Deret?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan pola suatu barisan bilangan?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan suku ke n suatu barisan berdasarkan sifat/pola yang dimiliki?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan n suku pertama suatu barisan jika rumus suku ke n barisan itu diketahui?		
5.	Apakah kalian dapat menentukan suku ke n suatu deret berdasarkan sifat/pola yang dimiliki?		
6.	Apakah kalian dapat menentukan n suku pertama suatu deret jika rumus suku ke n deret itu diketahui?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
Barisan dan Deret Aritmatika

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 2 ini kalian diharapkan kalian dapat:
1. Memahami barisan aritmatika,
2. Menentukan unsur ke n suatu barisan aritmatika,
3. Memahami deret aritmatika,
4. Menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika.

B. Uraian Materi

1. Barisan Aritmetika

Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang selisih antara dua suku yang berurutan sama atau tetap.
Contoh :
a) 3, 8, 13, 18, ... (selisih/beda = 8 – 3 = 13 – 8 = 18 – 13 = 5)
b) 10, 7, 4, 1, ... (selisih/beda = 7 – 10 = 4 – 7 = 1 – 4 = – 3)
c) 2, 4, 6, 8, ... (selisih/beda = 4 – 2 = 6 – 4 = 8 – 6 = 2)
d) 25, 15, 5, –5, ... (selisih/beda = 15 – 25 = 5 – 15 = –5 – 5 = –10)

Selisih dua suku yang berurutan disebut **beda (b)**

Rumus : $b = U_2 - U_1$
$b = U_3 - U_2$ → $b = U_n - U_{n-1}$
$b = U_4 - U_3$
dst

Jika suku pertama = a dan beda = b, maka secara umum barisan Aritmetika tersebut adalah:

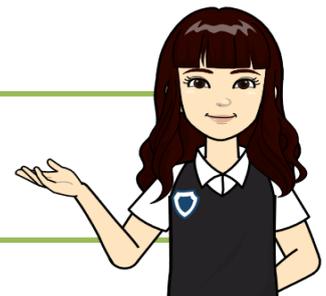
U_1	U_2	U_3	U_4		U_n
a,	a + b,	a + 2b,	a + 3b,	....	a + (n-1)b

Jadi rumus suku ke-n barisan aritmetika adalah

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Dengan : U_n = Suku ke-n
a = Suku pertama
b = beda atau selisih

Contoh 1:

Diketahui barisan Aritmetika : 2, 6, 10, ... Tentukan suku ke-14

Jawab :

a = 2 ,

b = 6 – 2 = 4

n = 14

$U_n = a + (n - 1)b$

$U_{14} = 2 + (14 - 1). 4$

= 2 + 13 . 4

= 2 + 52

= 54

Subsitusi nilai n, a, dan b

Contoh 2:

Diketahui suatu barisan Aritmetika dengan $U_2 = 7$ dan $U_6 = 19$, tentukan :

a) Beda

b) Suku pertama

c) Suku ke-41

Pembahasan :

a) Beda

$U_6 = a + 5 b = 19$

$U_2 = a + 1 b = 7$

4 b = 12

b = 3

Eliminasi U_6 dan U_2

b) Suku pertama

$U_2 = a + 1 b = 7$

⇔ a + 1 (3) = 7

⇔ a + 3 = 7

⇔ a = 7 – 3

⇔ a = 4

Subsitusi nilai b ke U_2

c) Suku ke-41

$U_{41} = a + 40 b$

= 4 + 40(3)

= 4 + 120cc

= 124

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari U_{41}

Contoh 3:

Diketahui barisan Aritmetika 4, 7, 10, ... Tentukan

a) beda

b) U_{10}

c) Rumus suku ke-n

Pembahasan :

a) Beda (b)

$b = U_2 - U_1$

b = 7 – 4

= 3

b) U_{10}

$U_n = a + (n + 1)b$
$U_{10} = 4 + (10 - 1)\ 3$
$= 4 + 9 . 3$
$= 4 + 27$
$= 31$

Subsitusi nilai a, b dan n untuk mencari U_{10}

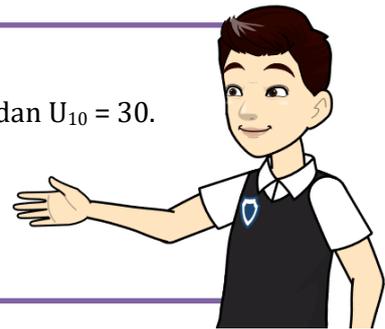
c) Rumus suku ke-n

$U_n = a + (n - 1)b$
$U_n = 4 + (n - 1)3$
$U_n = 4 + 3n - 3$
$U_n = 3n + 1$

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari rumus U_n

Contoh 4:

Pada suatu barisan Aritmetika diketahui $U_8 = 24$ dan $U_{10} = 30$.
Tentukan :

a) Beda dan suku pertamanya
b) Suku ke-12
c) 6 suku yang pertama

Pembahasan :

a) $U_{10} = a + 9b = 30$
$U_8 = a + 7b = 24$
$2b = 6$
$b = 3$

Eliminasi U_{10} dan U_8

$U_8 = a + 7b = 24$
$\Leftrightarrow\ a + 7(3) = 24$
$\Leftrightarrow\ a + 21 = 24$
$\Leftrightarrow\ a = 3$

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari U_8

Jadi didapat beda = 3 dan suku pertama = 3

b) $Un = a + (n - 1)b$
$U_{12} = 3 + (12 - 1)3$
$U_{12} = 3 + 11 . 3$
$U_{12} = 36$

Subsitusi nilai a dan b untuk mencari U_{12}

c) Enam suku yang pertama adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18

Contoh 5:

Pada tahun pertama sebuah butik memproduksi 400 stel jas
Setiap tahun rata-rata produksinya bertambah 25 stel jas
Berapakah banyaknya stel jas yang diproduksi pada tahun ke-5 ?

Pembahasan :
Banyaknya produksi tahun I, II, III, dan seterusnya membentuk barisan aritmetika yaitu 400, 425, 450, ….
a = 400 dan b = 25 sehingga
$U_5 = a + (5 - 1)b$
$= 400 + 4 . 25$
$= 400 + 100$
$= 500$
Jadi banyaknya produksi pada tahun ke-5 adalah 500 stel jas.

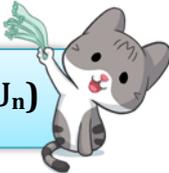
2. Deret Aritmetika

Deret Aritmetika adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika. Jika barisan aritmetikanya adalah $U_1, U_2, U_3, \ldots$, Un maka deret aritmetikanya $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$ dan dilambangkan dengan **Sn**

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + U_n$
$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \ldots + (Un - 2b) + (Un - b) + U_n$
$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \ldots + (a + 2b) + (a + b) + a$

$2\,S_n = (a + Un) + (a + Un) + (a + Un) + \ldots + (a + Un) + (a + Un) + (a + Un)$

n suku

$2\,S_n = n\,(a + Un)$

Karena $U_n = a + (n - 1)b$ maka jika disubstitusikan ke rumus menjadi

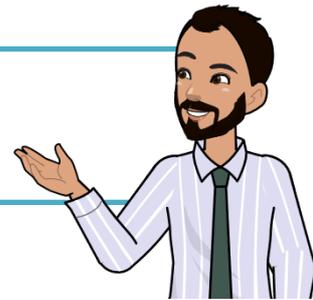
$S_n = \frac{1}{2}n\,(a + a + (n - 1)b\,)$

$S_n = \frac{1}{2}n\,(2a + (n - 1)b\,)$

Keterangan :
S_n = Jumlah n suku pertama deret aritmetika
U_n = Suku ke-n deret aritmetika
a = suku pertama
b = beda
n = banyaknya suku

Untuk menentukan suku ke-n selain menggunakan rumus $Un = a + (n - 1)b$ dapat juga digunakan rumus yang lain yaitu :

Contoh 1:

Tentukan jumlah 20 suku pertama deret 3+7+11+...

Pembahasan :

Mencari beda dengan mengurangi suku setelah dengan duku sebelumnya dan dapat dituliskan sebagi berikut

$b = U_n - U_{n-1}$
$b = U_2 - U_1$
$b = 7 - 3$
$b = 4$

Selanjutnya subsitusi $b = 4$ untuk mencari S_{20}

$S_n = \frac{1}{2}n\ (2a + (n - 1)b\ )$
$S_n = \frac{1}{2} . 20\ (2 . 3 + (20 - 1)4\ )$
$S_n = 10\ (6 + 19 . 4\ )$
$S_n = 10\ (6 + 76)$
$S_n = 10\ (82)$
$S_n = 820$

Jadi, jumlah 20 suku pertama adalah 820

Contoh 2:

Suatu barisan aritmetika dengan suku ke-4 adalah −12 dan suku kedubelas adalah −28. Tentukan jumlah 15 suku pertama !

Pembahasan:

$U_{12} = a + 11\ b = -28$
$U_4 = \ \ a + 3\ b = -12$
$8\ b = -16$
$b = -2$

Eliminasi U_{12} dan U_4 untuk mencari b

$U_4 = a + 3\ b = -12$
$\Leftrightarrow\ a + (-2) = -12$
$\Leftrightarrow\ a + (-6) = -12$
$\Leftrightarrow\ a = -12 + 6$
$\Leftrightarrow\ a = -\ 6$

Subsitusi nilai b ke U_4 untuk mencari nilai a

Subsitusi a dan b untuk mencari S_{15}

$S_n = \frac{1}{2}n\ [2a + (n - 1)b\ ]$
$S_{15} = \frac{1}{2} . 15\ [2\ (-6) + (15 - 1)(-2)]$
$= \frac{1}{2} . 15\ [\ -12 + 14(-2)]$
$= \frac{1}{2} . 15\ [\ -12 -28]$
$= \frac{1}{2} . 15\ [-40]$
$= -\ 300$

Jadi, jumlah 15 suku pertama adalah -300.

Contoh 3:

Suatu deret aritmetika dengan $S_{12} = 150$ dan $S_{11} = 100$, tentukan U_{12} !

Pembahasan:
Karena yang diketahui S_{12} dan S_{11} maka untuk mencari U_n kita bisa gunakan rumus berikut : $U_n = S_n - S_{n-1}$

$U_n = S_n - S_{n-1}$
$U_{12} = S_{12} - S_{11}$
$= 150 - 100$
$= 50$

Jadi, nilai dari U_{12} adalah 50

Contoh 4:

Suatu barisan aritmetika dirumuskan $U_n = 6n - 2$ tentukan rumus S_n !

Pembahasan :
Diketahui $U_n = 6n - 2$, untuk mencari $U_1, U_2, U_3, \ldots$ kita dapat mensubsitusi nilai $n = 1, 2, 3, \ldots$ sebagai berikut.

$a = U_1 = 6(1) - 2 = 4$
$U_2 = 6(2) - 2 = 10$
$b = U_2 - U_1 = 10 - 4 = 6$

Subtitusi nilai $a = 4$ dan $b = 6$ untuk mencari rumus S_n

$S_n = \frac{1}{2} n\,[2a + (n - 1)b\,]$
$S_n = \frac{1}{2} n\,[2 \,.\, 4 + (n - 1)6\,]$
$S_n = \frac{1}{2} n\,[\,8 + 6n - 6]$
$S_n = \frac{1}{2} n\,[\,6n + 2\,]$
$S_n = 3n^2 + n$

Jadi, rumus S_n adalah $S_n = 3n^2 + n$

Contoh 5:

Tentukan jumlah semua bilangan ganjil antara 10 dan 200 !

Pembahasan:
Jumlah bilangan ganjil antara 10 dan 200 dapat dituliskan dalam deret sebagai berikut

$$11 + 13 + 15 + 17 + \cdots . +199$$

Deret di atas membentuk deret aritmetika dengan $a = 11, b = 2$ dan $U_n = 199$

Langkah selanjutnya mencari n

$U_n = a + (n - 1)b = 199$
$\Leftrightarrow\ 11 + (n - 1)2 = 199$
$\Leftrightarrow\ 11 + 2n - 2 = 199$

Subtitusi nilai $a = 11, b = 2$ dan $U_n = 199$ ke rumus U_n

⇔ 9 + 2n = 199
⇔ 2n = 190
⇔ n= 95

Subtitusi nilai $n = 95$ untuk mencari S_n diperoleh

$S_n = \frac{1}{2}$ n (a + Un)

Sn = $\frac{1}{2}$. 95 (11 + 199)

Sn = $\frac{1}{2}$. 95 (210)

Sn = 9975

Jadi, jumlah semua bilangan ganjil antara 10 dan 200 adalah 9975

C. Rangkuman

1. Barisan Aritmetika

Barisan Aritmetika adalah barisan bilangan yang selisih antara dua suku yang berurutan sama atau tetap.
Selisih dua suku yang berurutan disebut **beda (b)**

$$\mathbf{b = U_n - U_{n-1}}$$

Jadi rumus suku ke-n barisan aritmetika adalah

$$\mathbf{U_n = a + (n - 1)b}$$

Dengan : U_n = Suku ke-n
a = Suku pertama
b = beda atau selisih

2. Deret Aritmetika

Deret Aritmetika adalah jumlah dari seluruh suku-suku pada barisan aritmetika.
Jika barisan aritmetikanya adalah U_1, U_2, U_3, …., Un maka deret aritmetikanya U_1+ U_2+ U_3+ ….+ U_n dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$

$$S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$$

atau

$$S_n = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)b)$$

Keterangan : S_n = Jumlah n suku pertama deret aritmetika
U_n = Suku ke-n deret aritmetika
a = suku pertama
b = beda
n = banyaknya suku

Untuk menentukan suku ke-n selain menggunakan rumus $\mathbf{U_n = a + (n - 1)b}$ dapat juga digunakan rumus yang lain yaitu :

$$\mathbf{U_n = S_n - S_{n-1}}$$

D. Latihan Soal

Ayo berlatih.....

Untuk mengukur kemampuan kalian, kerjakan Latihan berikut

1. Dari barisan 3, 5, 7, 9, 11, ... suku ke 21 adalah
   A. 40 B. 43 C. 46 D. 49 E. 5

2. Suatu barisan aritmatika diketahui suku ke 4 adalah 6 dan bedanya 3. Suku ke 8 adalah ...
   A. 18 B. 31 C. 34 D. 37 E. 40

3. Suatu barisan aritmatika diketahui suku ke 15 adalah 30 dan bedanya –5. Suku ke 6 adalah
   A. 65 B. 25 C. 75 D. 80 E. 90

4. Rumus umum suku ke-n dari barisan 4, 9, 14, 19, 24, ... adalah ...
   A. 5n + 2 B. 5n – 1 C. 5n + 1 D. 5n – 2 E. 5n + 2

5. Suatu barisan aritmatika diketahui suku ke 6 adalah –4 dan suku ke 9 adalah –19, maka suku ke 11 adalah...
   A. –34 B. –29 C. –19 D. –24 E. –14

6. Hasil dari 5 + 7 + 9 + 11 + ... + 41 adalah ...
   A. 379 B. 437 C. 471 D. 407 E. 207

7. Jika 4 + 6 + 8 + 10 + ... + x = 130, maka nilai x adalah ...
   A. 10 B. 15 C. 18 D. 22 E. 32

8. Suku ke empat dari suatu barisan aritmatika adalah 20 dan jumlah 5 suku pertamanya sama dengan 80. Jumlah sebelas suku pertamanya adalah...
   A. 196 B. 210 C. 264 D. 308 E. 332

9. Dari suatu deret aritmatika diketahui jumlah n suku pertamanya ditentukan dengan rumus $S_n = \frac{n}{2}(3n + 5)$. Suku ke 6 adalah ...
   A. 19 B. 33 C. 36 D. 39 E. 42

10. Jumlah bilangan bulat antara 10 dan 60 yang habis dibagi 3 adalah
    A. 552 B. 486 C. 462 D. 312 E. 396

Pembahasan:

<table>
<tr><th>No.</th><th>Pembahasan</th><th>Skor</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Diketahui : Barisan 3, 5, 7, 9, 11, , ...
Ditanyakan : $U_{21} = \cdots ?$
Jawab:
Dari barisan diperoleh a = 3; b = 2 dan disubtitusi ke rumus Un
$U_n = a + (n-1)b$
$U_{21} = 3 + (21-1)2$
$U_{21} = 3 + 40$
$U_{21} = 43$
Subtitusi nilai a dan b untuk mencari U_{21}
Jawaban : B</td><td>**10**</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Diketahui :
$U_4 = 6$
$b = 3$
Ditanyakan : $U_8 = \cdots ?$
Jawab:
$U_n = a + (n-1)b$
$U_4 = 6$
$a + (4-1)b = 6$
$a + 3b = 6$
$a + 3(3) = 6$
$a + 9 = 6$
Subtitusi nilai U_4 dan b untuk mencari nilai a
$a = -3$

$U_8 = (-3) + (8-1)(3)$
$U_8 = (-3) + (7)(3)$
$U_8 = (-3) + 21$
$U_8 = 18$
Subtitusi nilai a dan b untuk mencari U_8

Jawaban : A</td><td>**10**</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Diketahui :
$U_{15} = 30$
$b = -5$

Ditanyakan : $U_6 = \cdots ?$
Jawab:
$U_n = a + (n-1)b$
$U_{15} = 30$
$a + (15-1)b = 30$
$a + 14b = 30$
$a + 14(-5) = 30$
$a - 70 = 30$
$a = 100$
Subtitusi nilai b dan U_{15} untuk mencari a

$U_6 = 100 + (6-1)(-5)$
$U_6 = 100 + (5)(-5)$
$U_6 = 100 - 25$
$U_6 = 75$
Subtitusi nilai a dan b untuk mencari U_6
Jawaban : C</td><td>**10**</td></tr>
</table>

4.	Diketahui : Barisan 4, 9, 14, 19, 24, ... Ditanyakan : $U_n = \cdots ?$ Jawab: Dari barisan diperoleh a = 4; b = 5, sehingga : $U_n = a + (n-1)b$ $U_n = 4 + (n-1)5$ $U_n = 4 + 5n - 5$ $U_n = 5n - 1$ **Jawaban : B**	**10**
5.	Diketahui : $U_6 = -4$ $U_9 = -19$ Ditanyakan : $U_{11} = \cdots ?$ Jawab: $U_6 = -4$ $a + 5b = -4$ ... Persamaan (1) $U_9 = -19$ $a + 8b = -19$ ... Persamaan (2) Dengan mengunakan SPLDV diiperoleh a = 21; b = -5, sehingga : $U_{11} = 21 + (11-1)(-5)$ $U_{11} = 21 + (10)(-5)$ $U_{11} = 21 - 50$ $U_{11} = -29$ **Jawaban : B**	**10**
6.	Diketahui : $5 + 7 + 9 + 11 + \cdots + 41$ Ditanyakan : Hasil penjumlahan barisan $= \cdots ?$ Jawab: Dari barisan diperoleh : a = 5; b = 2; $U_n = 41$ Menentukan n $U_n = 41$ $a + (n-1)b = 41$ $5 + (n-1)2 = 41$ $5 + 2n - 2 = 41$ $2n + 3 = 41$ $2n = 38$ $n = 19$ Subtitusi nilai $a, b,$ dan Un untuk mencari nilai n $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ $S_{19} = \frac{19}{2}(5 + 41)$ $S_{19} = \frac{19}{2}(46)$ $S_{19} = 437$ Subtitusi nilai a dan Un untuk mencari S_{19} **Jawaban : B**	**10**
7.	Diketahui : $4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + x = 130$ Ditanyakan : $x = \cdots ?$ Jawab: Dari barisan diatas diperoleh :	

<table>
<tr><td></td><td>
a = 4
b = 2
$U_n = x$
$S_n = 130$
Menentukan n :
$U_n = x$
$a + (n-1)b = x$
$4 + (n-1)2 = x$
$4 + 2n - 2 = x$
$2n = x - 2$
$n = \frac{x-2}{2}$

$S_n = 130$
$\frac{n}{2}(a + U_n) = 130$
$\frac{(x - 2/2)}{2}(4 + x) = 130$
$\frac{(x-2)}{4}(4 + x) = 130$
$(x - 2)(4 + x) = 520$
$4x + x^2 - 8 - 2x = 520$
$x^2 + 2x - 528 = 0$
$(x + 24)(x - 22) = 0$
$x = -24 \text{ atau } x = 22$
Faktorkan persamaan kuadrat untuk menemukan nilai x
Jadi, *x = 22*
Jawaban : D
</td><td>10</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>
Diketahui :
$U_4 = 20$
$S_5 = 80$
Ditanyakan : $S_{11} = \cdots ?$
Jawab:
$U_4 = 20$
$a + 3b = 20$... Persamaan (1)

$S_5 = 80$
$\frac{5}{2}(2a + (5-1)b) = 80$
$5(2a + 4b) = 160$
$2a + 4b = 32$
$a + 2b = 16$ ... Persamaan (2)

Dengan menggunakan SPLDV diperoleh a = 8; b = 4, sehinga:

$S_{11} = \frac{11}{2}(2(8) + (11-1)4)$
$S_{11} = \frac{11}{2}(16 + (10)4)$
$S_{11} = \frac{11}{2}(56)$
$S_{11} = 308$
Subtitusi nilai a dan b untuk mencari S_{11}

Jawaban : D
</td><td>10</td></tr>
</table>

9.	Diketahui : $S_n = \frac{n}{2}(3n+5)$ Ditanyakan : $U_6 = \cdots ?$ Jawab: $U_n = S_n - S_{n-1}$ $S_6 = \frac{6}{2}(3(6)+5)$ $S_6 = 3(18+5)$ $S_6 = 3(23)$ $S_6 = 69$ Mencari S_6 dengan mensubtitusi $n = 6$ ke rumus S_n $S_5 = \frac{5}{2}(3(5)+5)$ $S_5 = \frac{5}{2}(15+5)$ $S_5 = \frac{5}{2}(20)$ $S_5 = 50$ Mencari S_5 dengan mensubtitusi $n = 5$ ke rumus S_n $U_6 = S_6 - S_5$ $U_6 = 69 - 50$ $U_6 = 19$ **Jawaban : A**	**10**
10	Diketahui : $a = 12$ (habis dibagi 3) $b = 3$ $U_n = 57$ *(habis dibagi 3)* Ditanyakan : Jumlah bilangan bulat antara 10 dan 60 yang habis dibagi 3 = ... ? Jawab: $U_n = a + (n-1)b$ $57 = 12 + (n-1)3$ $57 = 12 + 3n - 3$ $57 = 9 + 3n$ $3n = 48$ $n = 16$ Subtitusi U_n, a, dan b untuk mencari n $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ $S_{16} = \frac{16}{2}(12+57)$ $S_{16} = 8(69)$ $S_{16} = 552$ Subtitusi U_n, a, dan n untuk mencari S_{16} **Jawaban : A**	**10**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total}\ x\ 100\%$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami barisan aritmatika?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan unsur ke n suatu barisan aritmatika?		
3.	Apakah kalian dapat memahami deret aritmatika?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3
Barisan dan Deret Geometri

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 3 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami barisan geometri,
2. Menentukan unsur ke n suatu barisan geometri,
3. Memahami deret geometri,
4. Menentukan jumlah n suku pertama deret geometri.

B. Uraian Materi

1. Barisan Geometri

Barisan geometri adalah suatu barisan bilangan yang hasil bagi dua suku yang berurutan selalu tetap (sama).

Hasil bagi dua suku yang berurutan disebut rasio **(r)**

Contoh :

a) 3, 6, 12, … $\left(r = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2\right)$

b) 1000, 100, 10, … $\left(r = \frac{100}{1000} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}\right)$

c) 1, 3, 9, … $\left(r = \frac{3}{1} = \frac{9}{3} = 3\right)$

d) 1, ½ , ¼ , … $\left(r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\right)$

Jika suku pertama dari barisan geometri U_1 = a dan rasio = r, maka barisan geometri tersebut adalah

U_1	U_2	U_3	U_4		U_n
a,	a.r,	a.r^2,	a.r^3,	………………………	a.r^{n-1}

a, ar, ar^2 , ar^3 , …. , ar^{n-1} dan $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2}$ …. dst

Rumus suku ke-n barisan geometri adalah

Contoh 1:

Diketahui barisan geometri 3, 6, 12, …. Tentukan suku ke-10 !

Pembahasan:
Barisan geometri: 3, 6, 12, ...

a = 3, $r = \frac{6}{3} = 2$, dan n = 10

Maka $U_n = a.r^{n-1}$
$U_{10} = 3 . (2)^{10-1}$
$U_{10} = 3 . (2)^9$
$U_{10} = 3 . 512$
$U_{10} = 1536$

Subtitusi a, r, dan n ke rumus U_n untuk mencari U_{10}

Jadi, nilai $U_{10} = 1536$

Contoh 2:

Suatu barisan geometri diketahui $U_3 = 144$ dan $U_7 = 9$. Tentukan U_6!

Pembahasan:
Untuk bisa menentukan U_6 maka harus tahu nilai a dan r

1. Nilai r bisa di dapatkan dari:

$$\frac{U_7}{U_3} = \frac{ar^6}{ar^2} = \frac{9}{144}$$
$$\Leftrightarrow \quad r^4 = \frac{1}{16}$$
$$\Leftrightarrow \quad r^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$
$$\Leftrightarrow \quad r = \frac{1}{2}$$

2. Nilai a bisa didapatkan dari:

U_3=144
ar^2=144
$$a\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 144$$
$$a\left(\frac{1}{4}\right) = 144$$
$$a = 144.4$$
$$a = 576$$

Sehingga $U_6 = ar5$
$U_6 = 576. \left(\frac{1}{2}\right)^5$
$U_6 = 576. \frac{1}{32}$
$U_6 = \frac{576}{32}$
$U_6 = 8$

Jadi, nilai $U_6 = 8$

2. Deret Geometri

Deret geometri adalah jumlah dari semua suku-suku pada barisan geometri.
Jika barisan geometrinya $U_1, U_2, U_3, ..., U_n$
maka deret geometrinya $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$
dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$.

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$

$$S_n = a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-2} + ar^{n-1}$$
$$rS_n = ar + ar^2 + ... + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n$$
$$\underline{\hspace{10em}} \; -$$

$S_n - r\,S_n = a - ar^n$
$S_n\,(1 - r) = a(1 - r^n)$ maka :

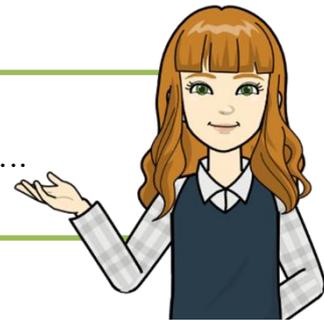
$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}\ untuk\ r < 1 \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\ untuk\ r > 1$$

Berdasarkan uraian di atas, diperoleh :

$$\boldsymbol{S_n = \frac{a\,(1-r^n)}{1-r}\ untuk\ r < 1} \quad \textbf{atau} \quad \boldsymbol{S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\ untuk\ r > 1}$$

Keterangan :
Sn = Jumlah n suku pertama
a = suku pertama r = rasio/pembanding
n = banyaknya suku

Contoh 1:

Tentukan jumlah 10 suku pertama deret $3 + 6 + 12 + ...$

Pembahasan:

a = 3

$r = \frac{6}{3} = 2 \quad (r > 1)$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$
$$S_{10} = \frac{3(2^{10}-1)}{2-1}$$
$$= \frac{3(1024-1)}{1}$$
$$= 3.(1023)$$
$$= 3280$$

Subtitusi nilai a dan r ke rumus S_n untuk mencari S_{10}

Contoh 2:

Suatu deret geometri 1 + 3 + 9 + 27 + ... tentukan
a) r dan U_8
b) Jumlah 8 suku yang pertama (S_8)

Pembahasan :

a) $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{3}{1} = 3 \rightarrow$ Mencari perbandingan U_n dengan $U_{(n-1)}$

$U_8 = ar^{n-1}$
$= 1.3^{8-1}$
$= 3^7$
$= 3280$

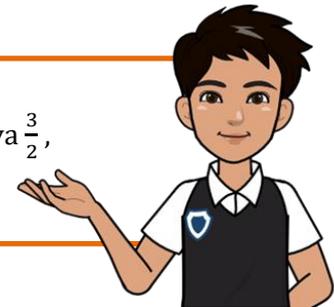
Subtitusi nilai a dan r ke rumus U_n untuk mencari U_8

b) $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$S_8 = \frac{1(3^8-1)}{3-1}$
$= \frac{6561-1}{2}$
$= 3280$

Subtitusi nilai a dan r ke rumus S_n untuk mencari S_8

Contoh 3:

Suku pertama suatu deret geometri adalah 160 dan rasionya $\frac{3}{2}$, tentukan n jika S_n = 2110!

Pembahasan :

Suku pertama suatu deret geometri adalah 160 artinya $a = 160$
r = $\frac{3}{2}$
S_n = 2110

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$\Leftrightarrow 2110 = \frac{160\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n-1\right)}{\frac{3}{2}-1}$

$\Leftrightarrow 2110 = \frac{160\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n-1\right)}{\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow 2110 = 320\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 = \frac{2110}{320}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{2110}{320} + 1$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{243}{32}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{3^5}{2^5}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^5$

$\Leftrightarrow n = 5$

Subtitusi nilai a, r dan S_n untuk mencari nilai n

Jadi, nilai $n = 5$

Contoh 4:

Produksi sebuah pabrik roti pada bulan pertama adalah 500 buah, jika produksi pada bulan-bulan berikutnya menurun 1/5 dari produksi bulan sebelumnya, tentukan :
a) Jumlah produksi pada bulan ke-5
b) Jumlah produksi selama 5 bulan pertama

Pembahasan:

Pabrik memproduksi roti
Pada bulan pertama = 500
Pada bulan kedua = 500 – (1/5 x 500) = 500 – 100 = 400
Pada bulan ketiga = 400 – (1/5 x 400) = 400 – 80 = 320 dan seterusnya sehingga membentuk barisan geometri 500, 400, 320, ... dengan
a = 500
r = $\frac{400}{500} = \frac{4}{5}$

a) Jumlah produksi pada bulan ke-5 = U_5

$$\begin{aligned} U_5 &= a.r^{n-1} \\ &= 500\left(\frac{4}{5}\right)^{5-1} \\ &= 500\left(\frac{4}{5}\right)^{4} \\ &= 500\left(\frac{256}{625}\right) \\ &= 204{,}8 \ \approx 205 \end{aligned}$$

Jadi jumlah produksi pada bulan ke-5 adalah 205 roti.

b) Jumlah produksi selama 5 bulan pertama adalah S_5

$$\begin{aligned} S_5 &= \frac{a(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{500\left(1-\left(\frac{4}{5}\right)^5\right)}{1-\frac{4}{5}} \\ &= \frac{500\left(1-\left(\frac{1024}{3125}\right)\right)}{\frac{1}{5}} \\ &= 500\left(\frac{2101}{3125}\right).5 \\ &= \frac{5252500}{3125} \\ &= 1680{,}8 \approx 1681 \end{aligned}$$

Jadi jumlah produksi selama 5 bulan pertama adalah 1681 roti.

C. Rangkuman

1. **Barisan Geometri**

   Barisan geometri adalah suatu barisan bilangan yang hasil bagi dua suku yang berurutan selalu tetap (sama).

   Hasil bagi dua suku yang berurutan disebut rasio **(r)**

   $$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} \ldots.$$

   Rumus suku ke-n barisan geometri adalah

   $$U_n = a.r^{n-1}$$

2. **Deret Geometri**

   Deret geometri adalah jumlah dari semua suku-suku pada barisan geometri dan dilambangkan dengan $\mathbf{S_n}$

   $$S_n = \frac{a\,(1-r^n)}{1-r} \; untuk \; r < 1$$

   atau

   $$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \; untuk \; r > 1$$

D. Latihan Soal

Untuk mengukur kemampuan kalian, kerjakan Latihan berikut

1. Rasio dari barisan $\frac{27}{16}, \frac{8}{9}, \frac{4}{3}$, 2, ... adalah ...

   A. 3/4 B. 4/3 C. 3/2 D. 2/3 E. 1/3

2. Diketahui barisan $\sqrt{3}$, 3, $3\sqrt{3}$, ... Suku ke 9 adalah ...

   A. 81 3 B. 81 C. 243 D. 612 3 E. 729

3. Rumus suku ke n dari barisan 100, 20, 4, $\frac{4}{5}$, ... adalah ...

   A. $U_n = 4.\,5^{n-1}$ B. $Un = 4.\,5^{n-2}$ C. $Un = 4.\,5^{n-3}$
   D. $Un = 4.\,5^{n+3}$ E. $Un = 4.\,5^{3-n}$

4. Suatu barisan geometri diketahui suku ke 3 adalah 3 dan suku ke 6 adalah 81. Maka suku ke 8 adalah ...

   A. 729 B. 612 C. 542 D. 712 E. 681

5. Diketahui barisan 2, 2 2 , 4, 4 2 , … Suku keberapakah $64\sqrt{2}$?
   A. 11 B. 12 C.13 D.14 E. 15

6. Jumlah 5 suku pertama dari deret 3 + 6 + 12 + … adalah …
   A. 62 B. 84 C. 93 D. 108 E. 152

7. Jumlah n suku pertama deret geometri dinyatakan dengan $S_n = 2^{n+2} - 3$. Rumus suku ke-n adalah…
   A. 2^{n-1} B. 2^{n+1} C. 2^{n+3} D. 2^{n-3} E. 2^n

8. Diketahui deret geometri dengan suku pertama 6 dan suku keempat adalah 48. Jumlah enam suku pertama deret tersebut adalah …
   A. 368 B. 369 C. 378 D. 379 E. 384

9. Diketahui empat bilangan, tiga bilangan pertama merupakan barisan aritmatika dan tiga bilangan terakhir merupakan barisan geometri. Jumlah bilangan kedua dan keempat adalah 10. Jumlah bilangan pertama dan ketiga adalah 18. Jumlah keempat bilangan tersebut adalah …
   A. 28 B. 31 C. 44 D. 52 E. 81

10. Seutas tali dipotongmenjadi 8 bagian. Panjang masing-masing potongan tersebut mengikuti barisan geometri.Panjang potongan taliyang paling pendek adalah4 cmdan Panjang potongan tali yang paling Panjang adalah 512 cm. Panjang tali semula adalah … cm
    A. 512 B. 1020 C. 1024 D. 2032 E. 2048

Pembahasan:

<table>
<tr><th>No.</th><th>Pembahasan</th><th>Skor</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Diketahui : Barisan $\frac{16}{27}, \frac{8}{9}, \frac{4}{3}, 2, \ldots$
Ditanyakan : r = … ?
Jawab :
$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$
$r = \frac{2}{\frac{4}{3}}$
$r = 2 \times \frac{3}{4}$
$r = \frac{6}{4}$
Membandigkan suku k e U_n dengan suku U_{n-1}
$r = \frac{3}{2}$
Jawaban : C</td><td>10</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Diketahui : Barisan 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, …
Ditanyakan : U_7 = … ?
Jawab :
Dari barisan diperoleh a = 9; $r = \frac{1}{3}$.
$U_7 = ar^6$
$U_7 = 9\left(\frac{1}{3}\right)^6$
Subtitusi nilai a dan r ke U_n untuk mencari
$U_7 = \frac{3^2}{3^6}$
$U_7 = \frac{1}{3^4}$
$U_7 = \frac{1}{81}$
Jawaban : B

Ingat sifat bilangan berpangkat:
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$</td><td>10</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Diketahui : Barisan 100, 20, 4, $\frac{4}{5}$, …
Ditanyakan : U_n = … ?
Jawab :
Dari barisan diperoleh a = 100; $r = \frac{1}{5}$.
$U_n = ar^{n-1}$
$U_n = 100\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$
$U_n = 100\,(5^{-1})^{n-1}$
$U_n = 4.5^2\,(5)^{1-n}$
$U_n = 4.5^2.(5)^1\,(5)^{-n}$
$U_n = 4.\ (5)^{3-n}$
Subtitusi nilai a dan r ke U_n untuk mencari rumus U_n

Jawaban : E</td><td>10</td></tr>
</table>

4.	Diketahui : $U_3 = 3$ $U_6 = 81$ Ditanyakan : U_8 = ... ? Jawab : $\frac{U_6}{U_3} = \frac{81}{3}$ $\frac{ar^5}{ar^2} = \frac{81}{3}$ $r^3 = 27$ $r = 3$ Subtitusi nilai U_3 dan U_6 untuk mencari r $ar^2 = 3$ $a(3)^2 = 3$ $a.9 = 3$ $a = \frac{1}{3}$ Subtitusi nilai r ke U_3 untuk mencari a $U_8 = ar^7$ $U_8 = \frac{1}{3}.(3)^7$ $U_8 = 3^6$ $U_8 = 729$ Subtitusi nilai a dan r ke U_n untuk mencari U_8 **Jawaban : A**	**10**
5.	Diketahui : $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \ldots$ $U_n = 64\sqrt{2}$ Ditanyakan : n = ... ? Jawab : Dari barisan diperoleh a = 2; $r = \sqrt{2}$ $U_n = 64\sqrt{2}$ $a.r^{n-1} = 64\sqrt{2}$ $2.\left(\sqrt{2}\right)^{n-1} = 64\sqrt{2}$ $2.\frac{\left(\sqrt{2}\right)^n}{\sqrt{2}} = 64\sqrt{2}$ $\left(\sqrt{2}\right)^n = \frac{64.2}{2}$ $(2)^{\frac{n}{2}} = 2^6$ $\frac{n}{2} = 6$ $n = 12$ Subtitusi nilai a dan r ke U_n untuk mencari n **Jawaban : B**	**10**
6.	Diketahui : $3 + 6 + 12 + \cdots$ Ditanyakan : S_5 = ... ? Jawab : Dari barisan diperoleh a = 3; r = 2, sehingga :	

	$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ $S_5 = \frac{3(2^5 - 1)}{2 - 1}$ $S_5 = \frac{3(32 - 1)}{1}$ $S_5 = 3(31)$ $S_5 = 93$ **Jawaban : C**	**10**
7.	Diketahui : $S_n = 2^{n+2} - 3$ Ditanyakan : U_n = ... ? Jawab : $U_n = S_n - S_{n-1}$ $U_n = (2^{n+2} - 3) - \left(2^{(n-1)+2} - 3\right)$ $U_n = (2^n.2^2 - 3) - (2^n.2^1 - 3)$ $U_n = 4.2^n - 2.2^n$ $U_n = 2.2^n$ $U_n = 2^{n+1}$ **Jawaban : B**	**10**
8.	Diketahui : $a = 6$ $U_4 = 48$ Ditanyakan : S_6 = ... ? Jawab : $U_4 = 48$ $ar^3 = 48$ $6r^3 = 48$ $r^3 = 8$ $r = 2$ $S_6 = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ $S_6 = \frac{6(2^6 - 1)}{2 - 1}$ $S_6 = 6(64 - 1)$ $S_6 = 6(63)$ $S_6 = 378$ **Jawaban : C**	**10**
9.	Diketahui : a, b, c, d $a, b, c\ (barisan\ aritmetika)$ $b, c, d\ (barisan\ geometri)$ $b + d = 10$ $a + c = 18$ Ditanyakan : $a + b + c + d = \cdots$? Jawab : Berdasarkan barisan aritmetika diperoleh :	**10**

	$b - a = c - b$ $2b = a + c$ $2b = 18$ $\boldsymbol{b = 9}$ $b + d = 10$ $9 + d = 10$ $\boldsymbol{d = 1}$ $\frac{c}{b} = \frac{d}{c}$ $c^2 = bd$ $c^2 = 9$ $\boldsymbol{c = 3}$ $a + c = 18$ $a + 3 = 18$ $\boldsymbol{a = 15}$ $a + b + c + d = 15 + 9 + 3 + 1$ $= 28$ **Jawaban : A**	
10	Potongan tali tersebut mengikuti barisan geometri Paling pendek : U1=4 cm Paling Panjang U8=512 cm Panjang tali semula $U_1+U_2+U_3+\ldots\ldots+U_8$ $U_8=512$ $a.r^7=512$ $4.r^7=512$ $r^7=512/4$ $r^7=128$ $r^7=2^7$ $r=2$ $U_n=a.r^{n-1}$ Sehingga $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, untuk\ r > 1$ $S_8 = \frac{4(2^6-1)}{2-1}$ $S_8=\frac{4(256-1)}{1}$ $S_8= 1020$ **Jawaban : B**	**10**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat penguasaan} = \frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total}\ x\ 100\%$$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami barisan geometri?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan suku ke n suatu barisan geometri?		
3.	Apakah kalian dapat memahami deret geometri?		
4.	Apakah kalian dapat Menentukan jumlah n suku pertama deret geometri?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 4
Deret Geometri Tak Hingga

A. Tujuan Pembelajaran

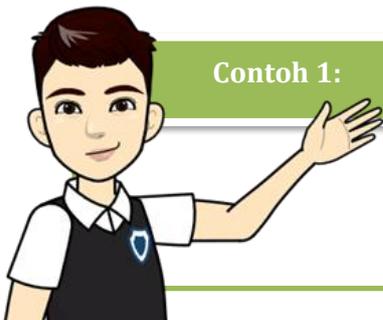
Anak-anak, setelah kegiatan pembelajaran 4 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami Deret Geometri Tak hingga,
2. Memahami penerapan atau aplikasi dari Deret Geometri Tak hingga.

B. Uraian Materi

1. Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri takhingga adalah deret geometri dengan banyak suku takberhingga. Deret geometri takhingga dengan rasio |r| >1 tidak dapat dihitung. Sedangkan deret geometri dengan rasio antara −1 dan 1 tetapi bukan 0 dapat dihitung sebab nilai sukunya semakin kecil mendekati nol (0) jika n semakin besar.
Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen dan** dirumuskan sebagai berikut

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

Contoh 1:

Tentukan S_∞ dari :
a) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$
b) 1000 +100+10+1+...

Pembahasan :

a) a=1

$r = \frac{1}{2}$

$S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{\frac{1}{2}}$

$= 2$

Jadi, nilai $S_\infty = 2$

b) a=1000

$r = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$

$S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{1000}{1-\frac{1}{10}}$

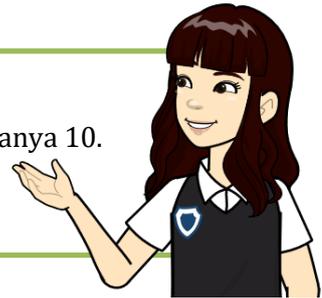
$= \frac{1000}{\frac{9}{10}}$

$= 1000 \times \frac{10}{9}$

$= 1111{,}111$

Jadi, nilai $S_\infty = 1111{,}111$

Contoh 2:

Suatu deret geometri tak hingga jumlahnya 20 dan suku pertamanya 10. Hitunglah jumlah 6 suku pertamanya!

Pembahasan:

$S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$20 = \frac{10}{1-r}$

$20.(1-r) = 10$

$20 - 20r = 10$

$20r = 20 - 10$

$20r = 10$

$r = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

Sehingga:

$S_6 = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$S_6 = \frac{10\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{1-\frac{1}{2}}$

$S_6 = \frac{10\left(1-\frac{1}{64}\right)}{\frac{1}{2}}$

$S_6 = 10\left(\frac{63}{64}\right).2$

$S_6 = \frac{315}{16} = 19\frac{11}{16}$

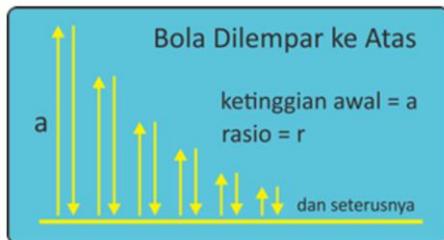
Jadi, nilai $S_6 = 19\frac{11}{16}$

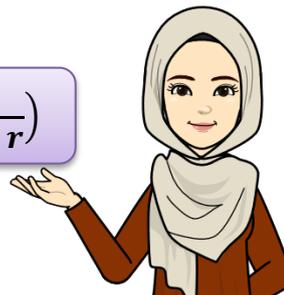
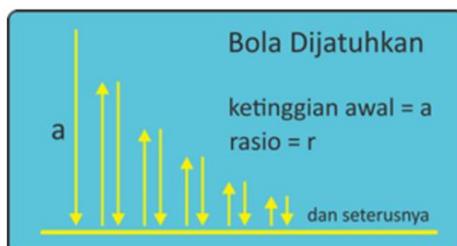
2. Penerapan Deret Geometri Tak Hingga

Pada modul kali ini kita akan belajar seperti apa sih penerapan deret geometri tak hingga dalam kehidupan sehari-hari. Nah salah satu penerapan deret tak hingga yaitu untuk **menghitung Panjang lintasan bola yang jatu**h.

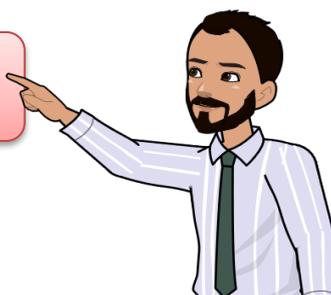
Selain itu, aplikasi deret tak hingga dapat pula digunakan untuk menghitung **pertumbuhan sebuah bakteri tertentu**. Lebih jelasnya lagi mengenai contoh soal cerita deret geometri tak hingga akan kita bahas setelah kita mencari rumusannya.

Sebuah bola dilemparkan ke atas ataupun langsung dijatuhkan dari ketinggian tertentu, kemudian bola tersebut menghantam lantai dan memantul kembali ke atas. Kejadian tersebut berlangsung terus menerus hingga akhirnya bola tersebut kembali memantul.
Dapatkah kalian menentukankan formula untuk menghitung Panjang lintasan yang dilalui bola hingga berhenti? Nah inilah yang akan kita pelajari di sini…
Siap…? Yukkk kita mulai…

Bola dilempar ke atas
Ketika sebuah bola dilemparkan ke atas maka terbentuk lintasan-lintasan yang dilalui bola, seperti ilustrasi di bawah ini :

Lintasan yang dilalui oleh bola ada bagian yang naik dan ada bagian yang turun. Panjang Lintasan Naik (PLN) yaitu S_∞ dan Panjang lintasan turun (PLT) yaitu S_∞, sehingga total Panjang lintasan PL sama dengan Panjang lintasan naik ditambah Panjang lintasan turun.

PL=PLN+PLT
PL=S_∞+S_∞
PL=2S_∞
$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right)$$

Bola dijatuhkan ke Bawah
Hampir sama kasusnya seperti yang dilemparkan ke atas, yang membedakan adalah lintasan awal yang naik dihilangkan sebab bola langsung dijatuhkan dari atas.

Sehingga formula untuk mencari Panjang lintasannya adalah sebagai berikut:

$$PL = 2S_\infty - a$$
$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right) - a$$

$$\boldsymbol{PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right) - a}$$

Contoh 1:

Sebuah bola dilemparkan ke atas mencapai ketinggian 6m, bola tersebut jatuh dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{1}{2}$ dari tinggi sebelumnya, berapakah Panjang lintasan yang dilalui bola sampai berhenti?

Pembahasan:

Diketahui : a=6 dan $r = \frac{1}{2}$

Bola dilempar ke atas, artinya menggunakan rumus:

$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right)$$
$$PL = 2\left(\frac{6}{1-\frac{1}{2}}\right)$$
$$PL = 2\left(\frac{6}{\frac{1}{2}}\right)$$
$$PL = 2\left(6.\frac{2}{1}\right)$$
$$PL = 2.12$$
$$PL = 24\ m$$

Jadi, Panjang lintasan yang dilalui bola sampai berhenti 24 m

Contoh 2:

Sebuah bola diajtuhkan dari ketinggian 5m, dan memantul Kembali dengan ketinggian $\frac{3}{5}$ dari tinggi sebelumnya, berapakah Panjang lintasan bola sampai berhenti?

Pembahasan:

Diketahui : a=5 dan $r = \frac{3}{5}$

Bola dijatuhkan ke bawah, artinya menggunakan rumus:

$$PL = \frac{2a}{1-r} - a$$
$$PL = \frac{2.5}{1-\frac{3}{5}} - 5$$
$$PL = \frac{10}{\frac{2}{5}} - 5$$
$$PL = \left(10.\frac{5}{2}\right) - 5$$
$$PL = (5.5) - 5$$
$$PL = 25 - 5$$
$$PL = 20\ m$$

Jadi, Panjang lintasan bola sampai berhenti adalah 20 m.

Anak-anak itulah pembahasan tentang aplikasi deret tak hingga dalam kehidupan sehari-hari,semoga aplikasi deret tak hingga ini dapat membuat kamu lebih paham lagi tentang materi deret geometri tak hingga.

C. Rangkuman

1. Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri takhingga adalah deret geometri dengan banyak suku takberhingga. Deret geometri takhingga dengan rasio |r| >1 tidak dapat dihitung. Sedangkan deret geometri dengan rasio antara −1 dan 1 tetapi bukan 0 dapat dihitung sebab nilai sukunya semakin kecil mendekati nol (0) jika n semakin besar.
Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

Rumus deret geometri konvergen adalah

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

2. Penerapan Deret Geometri Tak Hingga

Salah satu penerapan deret tak hingga yaitu untuk **menghitung Panjang lintasan bola yang jatu**h.
Selain itu, aplikasi deret tak hingga dapat pula digunakan untuk menghitung **pertumbuhan sebuah bakteri tertentu**.

Bola dilempar ke atas

$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right)$$

Bola dijatuhkan ke Bawah

$$PL = 2\left(\frac{a}{1-r}\right) - a$$

D. Latihan Soal

Ayo berlatih.....

Untuk mengukur kemampuan kalian, kerjakan Latihan berikut

1. Jumlah tak hingga dari deret geometri 18 + 6 + 2 + 2/3 + ...adalah ...
   A. 81 B. 64 C. 48 D. 32 E. 27

2. Suatu deret geometri tak hingga diketahui jumlahnya 81. Jika rasionya 2/3 maka suku ketiganya adalah ...
   A. 32 B. 24 C. 18 D. 16 E. 12

3. Jika $2 + \frac{2}{p} + \frac{2}{p^2} + \frac{2}{p^3} + \ldots = 2p$, maka nilai p sama dengan ...
   A. –1/2 B. 1/2 C. 2 D. 3 E. 4

4. Suatu deret geometri diketahui suku kedua adalah 12 dan suku kelima adalah 3/2, maka jumlah sampai tak hingga suku-sukunya adalah
   A. 20 B. 24 C. 36 D. 48 E. 64

5. Sebuah benda bergerak sepanjang garis lurus. Benda itu mula – mula bergerak ke kanan sejauh S, kemudian bergerak ke kiri sejauh $\frac{1}{2}$ S, kemudian ke kanan lagi sejauh $\frac{1}{4}$ S, demikian seterusnya. Panjang lintasan yang ditempuh benda tersebut sampai berhenti adalah ....
   A. 3 S B. $1\frac{1}{2}$ S C. $1\frac{1}{2}$ S D. $2\frac{1}{2}$ S E. 2 S

6. Jumlah deret geometri tak hingga adalah 10. Jika suku pertamanya 2, suku kedua deret tersebut adalah ...
   A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. 1 D. $1\frac{1}{5}$ E. $1\frac{3}{5}$

7. Dari suatu deret geometri diketahui $U_1 + U_2 = 5$ dan jumlah deret tah hingganya 9. Rasio positif deret tersebut adalah ...
   A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{1}{2}$

8. Sebuah bola dijatuhkan ke lantai dari ketinggian 5 m dan memantul kembali dengan tinggi $\frac{3}{4}$ dari ketinggian semula. Panjang lintasan bola tersebut sampai bola tersebut sampai bola berhenti adalah ... m
   A. 25 B. 30 C. 35 D. 45 E. 65

9. Sebuah ayunan mencapai lintasan pertama sejauh 90 cm dan lintasan berikutnya hanya mencapai $\frac{5}{8}$ dari lintasan sebelumnya. Panjang lintasan seluruhnya hingga ayunan berhenti adalah ... cm
   A. 120 B. 144 C. 240 D. 250 E. 260

10. Sebuh bola mengglinding diperlambat dengan kecepatan tertentu. Pada detik ke-1 jarak yang ditempuh 8 meter, pada detik ke-2 jarak yang ditempuh 6 meter, pada detik ke-3 jarak yang ditempuh 4,5 meter, dan seterusnya mengikuti pola barisan geometri. Jarak yang ditempuh bola sampai dengan berhenti adalah ... meter
    A. 32 B. 28 C. 24 D. 22,5 E. 20,5

Pembahasan:

No.	Pembahasan	Skor
1.	Diketahui : 18 + 6 + 2 + 2/3 +…… $a = 18$ $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ Ditanyakan : S_∞ Jawab: $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $S_\infty = \frac{18}{1-\frac{1}{3}}$ $S_\infty = \frac{18}{\frac{2}{3}}$ $S_\infty = 18.\frac{3}{2}$ $S_\infty = 9 \cdot 3$ $S_\infty = 27$ Subtitusi nilai a dan r ke rumus S_∞ untuk mencari nilai S_∞ **Jawaban : E**	**10**
2.	Diketahui : S_∞=81 $r = \frac{2}{3}$ Ditanyakan : U3 Jawab : $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $81 = \frac{a}{1-\frac{2}{3}}$ $81 = \frac{a}{\frac{1}{3}}$ $81 = 3a$ $a = 27$ Subtitusi nilai r dan S_∞ ke rumus S_∞ untuk mencari nilai a Sehingga: $U_3 = a \cdot r^2$ $U_3 = 27\left(\frac{2}{3}\right)^2$ $U_3 = 27.\frac{4}{9}$ $U_3 = 12$ Subtitusi nilai a dan r ke rumus U_n untuk mencari nilai U_3 **Jawaban : E**	**10**
3.	Diketahui : $2 + \frac{2}{p} + \frac{2}{p^2} + \frac{2}{p^3}$ + … = 2p a=2 r=$\frac{1}{p}$ Ditanyakan: p=…. Jawab: $S_\infty = \frac{a}{1-r}$	**10**

<table>
<tr><td></td><td>
$2p = \frac{2}{1-\frac{1}{p}}$
$2p = \frac{2}{\frac{p-1}{p}}$
$2p = 2 \cdot \frac{p}{p-1}$
$2p(p-1) = 2p$
$2p^2 - 2 = 2p$
$2p^2 - 2p - 2 = 0$
$p^2 - p - 1 = 0$
$(p-2)(p+1)$
$p = 2 \quad atau\, p = -1$
Subtitusi nilai a dan r ke S_∞ untuk mencari nilai p
Jawaban : C
</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>
Diketahui : U_2=12
$U_5=\frac{3}{2}$
Ditanyakan : S_∞
Jawab:
$\frac{U5}{U_2} = \frac{ar^4}{ar}$
$\frac{\frac{3}{2}}{12} = r^3$
$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{12} = r^3$
$\frac{3}{24} = r^3$
$\frac{1}{8} = r^3$
$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = r^3$
$r = \frac{1}{2}$
Mencari nilai r dengan membandingkan U_5 dan U_2

Sehingga :
$S_\infty = \frac{a}{1-r}$
$= \frac{a.r}{r.(1-r)}$
$= \frac{12}{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)}$
$= \frac{12}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)}$
$= \frac{12}{\frac{1}{4}}$
$= 12 \times 4$
$= 48$
Mencari nilai r dengan membandingkan U_5 dan U_2
Jawaban : D
</td><td>10</td></tr>
</table>

5.	Diketahui : $U_1 = S$ $U_2 = \frac{1}{2}S$ $U_3 = \frac{1}{4}S$ Ditanyakan : S_∞ Jawab: $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $S_\infty = \frac{S}{1-\frac{1}{2}}$ $S_\infty = \frac{S}{\frac{1}{2}}$ $S_\infty = 2S$ Subtitusi nilai U_1 dan r untuk mencari S_∞ Jadi, panjang lintasan yang ditempuh benda tersebut sampai berhenti adalah 2S **Jawaban : E**	**10**
6.	Diketahui : $S_\infty = 10$ $a = 2$ Ditanyakan : U_2 Mencari r $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $10 = \frac{2}{1-r}$ $(1-r) = \frac{2}{10}$ $(1-r) = \frac{1}{5}$ $-r = \frac{1}{5} - 1$ $-r = -\frac{4}{5}$ $r = \frac{4}{5}$ Subtitusi nilai S_∞ dan a ke rumus S_∞untuk mencari r Karena $r = \frac{4}{5}$ diperoleh niali U_2 sebagai berikut $U_n = ar^{n-1}$ $U_2 = 2\left(\frac{4}{5}\right)^{2-1}$ $U_2 = 2\left(\frac{4}{5}\right)$ $U_2 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ Subtitusi nilai a dan r ke rumus $U_n$untuk mencari U_2 Jadi, suku kedua deret tersebut adalah $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ **Jawaban : E**	**10**
7.	Diketahui : $U_1 + U_2 = 5$ dan $S_\infty = 9$ Ditanyakan : r Dari $U_1 + U_2 = 5$ kita bisa mencari a seperti berikut $U_1 + U_2 = 5$ $a + ar = 5$ $a(1+r) = 5$ **Ingat :** $U_n = ar^{n-1}$ sehingga $U_1 = a,\ U_2 = ar$	**10**

<table>
<tr><td></td><td>

$a = \frac{5}{(1+r)}$

Untuk mencari r subtitusi $a = \frac{5}{(1+r)}$ ke S_∞

$S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$9 = \frac{\frac{5}{1+r}}{1-r}$

$9 = \frac{5}{1+r} \cdot \frac{1}{1-r}$

$9 = \frac{5}{1-r^2}$

$9(1-r^2) = 5$

$9 - 9r^2 = 5$

$-9r^2 = 5 - 9$

$-9r^2 = -4$

$r^2 = \frac{4}{9}$

$r^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$r = \pm\frac{2}{3}$

Subtitusi a dan S_∞ ke rumus S_∞untuk mencari r

Nilai r yang mungkin adalah $r = -\frac{2}{3}$ atau $r = \frac{2}{3}$

Jadi, nilai r positif adalah $r = \frac{2}{3}$

Jawaban : C

</td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td>

Lintasan bola membentuk deret geometri.
Lintasan bola turun :

$$5, \frac{15}{4}, \frac{45}{16}, \ldots$$

Dengan $a = 5$ dan $r = \frac{3}{4}$

Untuk mencari lintasan bola turun subtitusi $a = 5$ dan $r = \frac{3}{4}$ ke rumus S_∞ sehingga :

$S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$S_\infty = \frac{5}{1-\frac{3}{4}}$

$S_\infty = \frac{5}{\frac{1}{4}}$

$S_\infty = 5 \,.\, 4$

$S_\infty = 20$

Lintasan bola naik :

$$\frac{15}{4}, \frac{45}{16}, \frac{135}{64}, \ldots$$

Dengan $a = \frac{15}{4}$ dan $r = \frac{3}{4}$

Untuk mencari lintasan bola naik subtitusi $a = \frac{15}{4}$ dan $r = \frac{3}{4}$ ke rumus S_∞ sehingga:

$S_\infty = \frac{a}{1-r}$

</td><td>**10**</td></tr>
</table>

	$S_\infty = \frac{\frac{15}{4}}{1-\frac{3}{4}}$ $S_\infty = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{1}{4}}$ $S_\infty = \frac{15}{4} \cdot \frac{4}{1}$ $S_\infty = 15$ Total lintasan = Lintasan bola turun + Lintasan Bola Naik Total lintasan = 20 + 15 Total lintasan = 35 Jadi, panjang lintasan bola tersebut sampai bola tersebut sampai bola berhenti adalah 35 meter. **Jawaban : C**	
9.	Diketahui $a = 90\ cm$ dan $r = \frac{5}{8}$ Untuk mencari panjang lintasan sebelumnya hingga ayunan berhenti menggunakan rumus S_∞ sebgai berikut $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $= \frac{90}{1-\frac{5}{8}}$ $= \frac{90}{\frac{3}{8}}$ $= 90 \cdot \frac{8}{3}$ $= 240$ Subtitusi a dan r ke rumus S_∞ untuk mencari nilai S_∞ Jadi, panjang lintasan sebelumnya hingga ayunan berhenti adalah 240 cm **Jawaban : C**	**10**
10	Bola menggelinding dapat dituliskan dalam deret geometri tak hingga sebagai berikut $8 + 6 + 4{,}5 + \cdots$ Berdasarkan deret tersebut diperoleh $a = 8$ dan $r = \frac{3}{4}$ Untuk menghitung panjang jarak yang ditempuh bola sampai dengan berhenti kita bisa gunakan rumus S_∞ berikut $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $= \frac{8}{1-\frac{3}{4}}$ $= \frac{8}{\frac{1}{4}}$ $= 8 \cdot 4$ $= 32$ Subtitusi a dan r ke rumus S_∞ untuk mencari nilai S_∞ Jadi, jarak yang ditempuh bola adalah 32 meter **Jawaban : A**	**10**
	Skor Total	**100**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total} x\ 100\%$

Kriteria
90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami Deret Geometri Tak hingga?		
2.	Apakah kalian dapat memahami penerapan atau aplikasi dari Deret Geometri Tak hingga		
3.	Apakah kalian dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aplikasi Deret Geometri Tak hingga?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 5
Aplikasi/Penerapan Barisan dan deret

A. Tujuan Pembelajaran

Anak-anak setelah kegiatan pembelajaran 5 ini kalian diharapkan dapat:
1. Memahami Aplikasi Barisan dan Deret
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penerapan atau aplikasi dari Barisan dan Deret

B. Uraian Materi

Anak-anak untuk selanjutnya ini kita akan belajar aplikasi/penerapan Barisan dan Deret. Banyak sekali penerapan materi Barisan dan Deret dalam kehidupan sehari-hari, antara lain:

1. Pertumbuhan

Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

Contoh :
(a) Perkembangbiakan bakteri
(b) Pertumbuhan penduduk

Rumus Pertumbuhan aritmatika :

$M_n = M_o (1 + in)$ **Atau** $M_n = M_o + bn$

Dimana :
M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu
M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula
i = Persentase pertumbuhan
b = Nilai beda pertumbuhan
n = jangka waktu pertumbuhan

Rumus Pertumbuhan geometri :

$M_n = M_o (1 + i)^n$ **Atau** $M_n = M_o \cdot r^n$

Dimana :
M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu
M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula
i = Persentase pertumbuhan
r = Ratio pertumbuhan (r > 1)
n = jangka waktu pertumbuhan

Contoh 1:

Elsa mulai bekerja pada suatu perusahaan pada awal tahun 2005 dengan gaji permulaan sebesar Rp. 3.000.000. Jika dia mendapatkan kenaikan gaji secara berkala setiap tahunnya sebesar Rp. 200.000 maka berapakah gaji yang diterima Elsa pada awal tahun 2011?

Pembahasan:

Diketahui : M_o = 3.000.000
b = 200.000
n = 6

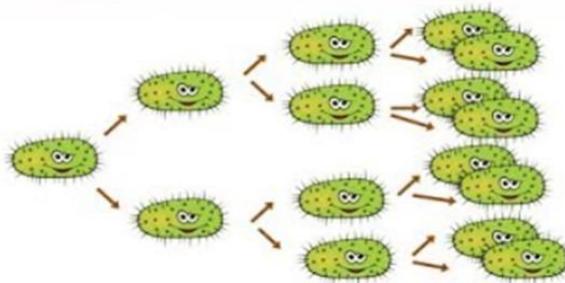
Ditanya : M_n = ... ?

Jawab

Mn = Mo + bn
Mn = 3.000.000 + 200.000(6)
Mn = 3.000.000 + 1.200.000
Mn = Rp. 4.200.000

Contoh 2:

Suatu koloni bakteri akan membelah menjadi dua setiap lima menit. Jika pada permulaan terdapat 90 bakteri, maka tentukanlah jumlah bakteri setelah setengah jam ?

Gambar. Perkembang biakan bakteri
Sumber : https://images.app.goo.gl/U4uzPsSvbamwtcM67amwtcM67

Pembahasan :

Diketahui :

M_o = 90
r = 2
n = 30:5=6

Ditanya : M_n = ... ?

Jawab

Mn = Mo . rn
Mn = 90 x 26
Mn = 90 (64)
Mn = 5760 bakteri

Jadi, jumlah bakteri setelah setengah jam adalah 5760

2. Peluruhan

Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

Contoh :

(a) Penurunan nilai jual mobil

(b) Penurunan jumlah populasi hewan

Rumus Peluruhan aritmatika :

$M_n = M_o\ (1 - in)$ **Atau** $M_n = M_o - bn$

Dimana :

M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu

M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula

i = Persentase peluruhan

b = Nilai beda peluruhan

n = jangka waktu peluruhan

Rumus Peluruhan geometri :

$M_n = M_o\ (1 - i)^n$ **Atau** $M_n = M_o\ .\ r^n$

Dimana :

M_n = Jumlah/Nilai suatu objek setelah n waktu

M_o = Jumlah/Nilai suatu objek mula-mula

i = Persentase peluruhan

r = Ratio peluruhan (r < 1)

n = jangka waktu peluruhan

Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp.200.000.000. Jika setiap tahun harganya mengalami penyusutan 20% dari nilai tahun sebelumnya, maka tentukanlah harga mobil itu setelah dipakai selama 5 tahun

Gambar. Mobil

Sumber : https://images.app.goo.gl/JWC23ZYa9ahprDZT8

Pembahasan :

Diketahui :
M_o = 200.000.000
i = 20% = 0,2
n = 5
Ditanya : M_n = ... ?
Jawab
$M_n = M_o (1 - i)^n$
M_n = 200.000.000 $(1 - 0,2)^5$
M_n = 200.000.000 $(0,8)^5$
M_n = 200.000.000(0,32768)
M_n = 65.536.000
Jadi, harga mobil itu setelah dipakai selama 5 tahun adalah Rp 65.536.000

Contoh 2:

Suatu pabrik kendaraan bermotor roda dua mulai memproduksi pertama pada tahun 2010 sebanyak 20.000 unit kendaraan. Tiap tahun produksi pabrik tersebut turun 100 unit. Berapakah jumlah produksi pada tahun 2016?

Gambar. Pabrik kendaraan bermotor
https://images.app.goo.gl/c7dAh1YXnd2bpLNs5

Pembahasan :
M_o = 20.000
b = 100
n = 6 → n = 2016-2010 = 6

Ditanya : M_n = ... ?
Jawab:

$M_n = M_o - bn$
M_n = 20.000 – 100(6)
M_n = 20.000 – 600
M_n = 19.400 unit

3. Bunga Majemuk

Salah satu apliksai barisan dan deret pada bidang ekonomi adalah pada perhitungan bunga pada simpanan uang di bank atau koperasi atau lembaga lain sejenisnya. Terdapat dua macam jenis bunga pada simpanan, yaitu :

(1) Bunga Tunggal (Barisan Aritmatika)
Yaitu metode pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan modal pokok pinjaman atau modal awal simpanan saja.

Rumus bunga tunggal:

Dimana :
M_n = Nilai modal simpanan periode ke-n
M_o = Nilai modal awal simpanan
i = Persentase bunga simpanan
n = Periode pembungaan

(2) Bunga Majemuk (Barisan geometri)
Yaitu metoda pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan besar modal atau simpanan pada periode bunga berjalan

Rumus bunga majemuk:

Dimana :
M_n = Nilai modal simpanan setelah periode ke-n
M_o = Nilai modal awal simpanan
i = Persentase bunga simpanan
n = Periode pembungaan

Contoh 1:

Pak Ahmad memerlukan tambahan modal untuk usahanya berdagang makanan, sehingga ia meminjam uang dikoperasi "Maju Jaya" sebesar Rp. 4.000.000 dengan imbalan jasa berupa bunga sebesar 2% dari pokok pinjaman per bulan. Jika pak Ahmad akan melunasi pinjaman itu beserta bunganya setelah 6 bulan, maka tentukanlah total pengembalian pak Ahmad

Pembahasan :
Diketahui :

M_o = 40.000.000
i = 2% = 0,02
n = 6

Ditanyakan : $M_n = \cdots ?$
M_n = Mo (1 + in)
M_6 = 40.000.000(1 + 0,02(6))
M_6 = 40.000.000(1,12)
M_6 = 4.480.000
Jadi total pengembalian pak Ahmad adalah Rp. 4.480.000,-

Contoh 2:

Arman menabung sejumlah uang disebuah bank. Jenis tabungan yang dipilih Arman adalah tabungan dengan sistem bunga tunggal sebesar 3% per caturwulan. Jika setelah 3 tahun tabungan Arman menjadi Rp. 25.400.000 maka tentukanlah besar tabungan awal Arman di bank itu

Gambar. Bank BRI
Sumber : https://images.app.goo.gl/f7P4k6YvD5AC9Ktz5

Pembahasan :

Diketahui : $M_n = 25.400.000$

$i = 3\%$

$\quad = 0{,}03$

$n = \frac{3 \text{ tahun}}{4 \text{ bulan}}$

$\quad = \frac{36 \text{ bulan}}{4 \text{ bulan}}$

$\quad = 9$

Menentukan M_0 dengan mensubtitusi nilai $M_n, i,$ dan n diperoleh

$25.400.000 = M_o(1 + 0{,}03(9))$

$25.400.000 = M_o(1 + 0{,}27)$

$25.400.000 = M_o(1{,}27)$

$M_o = \frac{25.400.000}{1{,}27}$

$M_o = 20.000.000$

Jadi, besar tabungan awal Arman adalah Rp 20.000.000

Contoh 3:

Santi menyimpan uangnya di sebuah bank sebesar Rp. 2.000.000. Setelah tiga tahun uang tabungan Santi menjadi Rp. 2.662.000. Jika bank tersebut menerapkan sistem bunga majemuk , berapa persenkah per-tahun bunga bank tersebut ?

Pembahasan :
Diketahui :

M_o = 2.000.000
M_n = 2.662.000
n = 3

Ditanya : i = ... ?
Jawab:

$$M_n = M_o(1+i)^n$$
$$2.662.000 = 2.000.000(1+i)^3$$
$$\frac{2.662.000}{2.000.000} = (1+i)^3$$
$$1{,}331 = (1+i)^3$$
$$1{,}1^3 = (1+i)^3$$
$$1+i = 1{,}1$$
$$i = 1{,}1 - 1$$
$$i = 0{,}1$$

Jadi, persentase bunga bank adalah 10%

4. Anuitas

Anuitas bukan hal yang baru dalam kehidupan ekonomi semisal pembayaran sewa rumah, atau angsuran kredit (motor, rumah, bank, dll) atau pun uang tabungan kita di bank yang setiap bulan mendapatkan bunga, semuanya contoh konkret dari anuitas.
Ada dua macam anuitas, yaitu:

a. **Anuitas pasti** yaitu anuitas yang tanggal pembayarannya mulai dan terakhirnya pasti.
   Contoh: KPR, kredit bank, kredit mobil, dll.
b. **Anuitas tidak pasti**, yaitu anuitas yang jangka pembayarannya tidak pasti.
   Contohnya pembayaran santunan asuransi kecelakaan.

Anuitas adalah rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit. Jika suatu pinjaman akan dikembalikan secara anuitas, maka ada tiga komponen yang menjadi dasar perhitungan yaitu:

a. Besar pinjaman
b. Besar bunga
c. Jangka waktu dan jumlah periode pembayaran

Anuitas yang diberikan secara tetap pada setiap akhir periode mempunyai dua fungsi yaitu membayar bunga atas hutang dan mengangsur hutang itu sendiri. Sehingga konsepnya :

Jika utang sebesar M_0 mendapat bunga sebesar **b** per bulan dan anuitas sebesar **A**, maka dapat ditentukan :

- **Besar bunga pada akhir periode ke-n**

$$B_n = (1+b)^{n-1}(b.M - A) + A$$

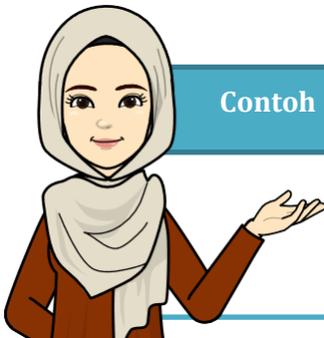
- **Besar angsuran pada akhir periode ke-n**

$$\boldsymbol{A_n = (1 + b)^{n-1}(A - bM)}$$

- **Sisa hutang pada akhir periode ke-n**

$$\boldsymbol{M_n = (1 + b)^n \left(M - \frac{A}{b}\right) + \frac{A}{b}}$$

Besar anuitas untuk membayar hutang sebesar M_0 dengan bunga sebesar b perbulan selama n bulan adalah :

$$\boldsymbol{A = \frac{b.M_0(1 + b)^n}{(1 + b)^n - 1}}$$

Contoh 1:

Sebuah pinjaman sebesar Rp20.000.000,00 akan dilunasi secara anuitas tahunan sebesar Rp 4.000.000,00. Jika suku bunga 5% per tahun, besar angsuran, bunga, dan sisa hutang tahun ketiga adalah?

Pembahasan :

M = 20.000.000
A = 4.000.000
b = 5 %
n = 3

- **Angsuran**

$$A_n = (1 + b)^{n-1}(A - bM)$$
$$A_n = (1 + 0{,}05)^{3-1}(400.0000 - (0{,}05)20.000.000)$$
$$A_n = (1{,}05)^2(4.000.000 - 1.000.000)$$
$$A_n = (1{,}1025)(3.000.000)$$
$$A_n = 3.307.500{,}00$$

- **Bunga**

$$B_n = (1 + b)^n(b.M - A) + A$$
$$B_n = (1 + 0{,}05)^{3-1}(0{,}05 \times 20.000.000 - 4.000.000) + 4.000.000$$
$$B_n = (1{,}5)^2(-3.000.000) + 4.000.000$$
$$B_n = -3.307.500 + 4.000.000$$
$$B_n = 692.500{,}00$$

- **Sisa hutang**

$$M_n = (1 + b)^n \left(M - \frac{A}{b}\right) + \frac{A}{b}$$
$$M_n = (1 + 0{,}05)^3 \left(20.000.000 - \frac{4.000.000}{0{,}05}\right) + \frac{4.000.000}{0{,}05}$$
$$M_n = (1{,}157625)(-60.000.000) + 80.000.000$$
$$M_n = 10.542.500{,}00$$

C. Rangkuman

Aplikasi atau penerapan materi Barisan dan Deret dalam kehidupan sehari-hari.

1. **Pertumbuhan**

   Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

   Contoh :

   (a) Perkembangbiakan bakteri

   (b) Pertumbuhan penduduk

2. **Peluruhan**

   Deret geometri takhingga yang tidak mempunyai nilai disebut **Deret Divergen** sedangkan Deret geometri takhingga yang mempunyai nilai disebut **Deret Konvergen**

   Contoh :

   (a) Penurunan nilai jual mobil

   (b) Penurunan jumlah populasi hewan

3. **Bunga Majemuk**

   Salah satu apliksai barisan dan deret pada bidang ekonomi adalah pada perhitungan bunga pada simpanan uang di bank atau koperasi atau lembaga lain sejenisnya. Terdapat dua macam jenis bunga pada simpanan, yaitu :

   (1) Bunga Tunggal (Barisan Aritmatika)

   Yaitu metode pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan modal pokok pinjaman atau modal awal simpanan saja.

   (2) Bunga Majemuk (Barisan geometri)

   Yaitu metoda pemberian imbalan jasa bunga simpanan yang dihitung berdasarkan besar modal atau simpanan pada periode bunga berjalan

4. **Anuitas**

   Anuitas adalah rangkaian pembayaran atau penerimaan yang sama jumlahnya dan harus dibayarkan atau yang harus diterima pada tiap akhir periode atas sebuah pinjaman atau kredit.

   Ada dua macam anuitas, yaitu:

   1. **Anuitas pasti** yaitu anuitas yang tanggal pembayarannya mulai dan terakhirnya pasti.
      Contoh: KPR, kredit bank, kredit mobil, dll.
   2. **Anuitas tidak pasti**, yaitu anuitas yang jangka pembayarannya tidak pasti.
      Contohnya pembayaran santunan asuransi kecelakaan.

D. Latihan Soal

Ayo berlatih.....

Untuk mengukur kemampuan kalian, kerjakan Latihan berikut

1. Jumlah penduduk suatu kota bertambah menurut pola geometri sebesar 0,1% per bulan. Berarti jika jumlah penduduk kota itu semula 3 juta orang maka pada akhir bulan ke-3 jumlahnya telah menjadi sekitar … orang

2. Suatu jenis hewan langka setiap tahun mengalami penurunan jumlah populasi sebanyak 1/3 dari jumlah populasi tahun sebelumnya. Jika pada tahun 2015 diperkirakan jumlah populasi hewan tersebut disuatu pulau sebanyak 720 ekor, maka berapakah perkiraan jumlah hewan itu pada tahun 2019 ?

3. Dengan pesatnya pembangunan pemukiman, maka daerah pesawahan semakin lama semakin sempit. Menurut data statistik, pada tahun 2003 total areal sawah di daerah itu sekitar 400 ha dan setiap tahun berkurang 5% dari total areal sawah semula . Berapakah diperkirakan areal sawah pada tahun 2015?

4. Pak Budi menabung sebesar Rp. 8.000.000 di suatu bank. Jika bank memberlakukan sistem bunga tunggal sebesar 3% setiap triwulan, maka setelah berapa lamakah uang tabungan pak Budi menjadi Rp. 10.400.000

5. Pak Mulyo adalah seorang pengusaha batik. Ia menyimpan uangnya sebesar Rp. 100.000.000 di sebuah bank. Bank tersebut memberikan bunga tabungan dengan sistem bunga majemuk sebesar 12% per bulan. Berapakah besarnya tabungan pak Mulyo setelah 5 bulan ?

6. Sebuah pinjaman sebesar Rp 850.000.000,00 yang harus dilunasi dengan 6 anuitas jika dasar bunga 4% per bulan dan pembayaran pertama dilakukan setelah sebulan. Sisa hutang pada akhir bulan kelima adalah?

Pembahasan:

No.	Pembahasan	Skor
1.	Jumlah penduduk suatu kota bertambah menurut pola geometri sebesar 0,1% per bulan. Berarti jika jumlah penduduk kota itu semula 3 juta orang maka pada akhir bulan ke-3 jumlahnya telah menjadi sekitar ... orang Jawab Diketahui : Mo = 3.000.000 i = 0,1% = 0,001 n = 3 Ditanya : M_n = ... ? Jawab $M_n = Mo\ (1 + i)^n$ $M_3 = 3.000.000\ \ (1 + 0{,}001)^3$ $M_3 = 3.000.000\ \ (1{,}001)^3$ $M_3 = 3.000.000(1{,}003003)$ M_3 = 3.009.009 orang	3 2 5
2.	Suatu jenis hewan langka setiap tahun mengalami penurunan jumlah populasi sebanyak 1/3 dari jumlah populasi tahun sebelumnya. Jika pada tahun 2015 diperkirakan jumlah populasi hewan tersebut disuatu pulau sebanyak 720 ekor, maka berapakah perkiraan jumlah hewan itu pada tahun 2019 ? Jawab Diketahui : $M_o = 720$ r = 1/3 n = 4 → n = 2019-2015 =4 Ditanya : M_n = ... ? Jawab $M_n = M_o \cdot r^n$ $M_n = 720 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4$ $M_n = 720 \times (\frac{1}{81})$ M_n = 8,888 = 9 ekor	3 2 5
3.	Dengan pesatnya pembangunan pemukiman, maka daerah pesawahan semakin lama semakin sempit. Menurut data statistik, pada tahun 2003 total areal sawah di daerah itu sekitar 400 ha dan setiap tahun berkurang 5% dari total areal sawah semula . Berapakah diperkirakan areal sawah pada tahun 2015? Jawab Diketahui : $M_o = 400$ i = 5% = 0,05 n = 12 Ditanya : M_n = ... ? Jawab $M_n = M_o\ (1 - in)$ $M_n = 400(1 - 0{,}05 \times 12)$	3 2

	$M_n = 400(1 – 0,6)$ $M_n = 400(0,4)$ $M_n = 160$ ha	**5**
4.	Pak Budi menabung sebesar Rp. 8.000.000 di suatu bank. Jika bank memberlakukan sistem bunga tunggal sebesar 3% setiap triwulan, maka setelah berapa lamakah uang tabungan pak Budi menjadi Rp. 10.400.000 Jawab Diketahui : $M_o = 8.000.000$ $i = 3\% = 0,03$ $M_n = 10.400.000$ maka $M_n = M_o (1 + in)$ $10.400.000 = 8.000.000 (1 + 0,03n)$ $10.400.000 = 8.000.000 + 240.000n$ $2.400.000 = 240.000n$ $n = 240.000/2.400.000$ $n = 10$ sehingga n = 10 triwulan = (10x3) bulan = 30 bulan = 2,5 tahun	**3** **2** **5**
5.	Pak Mulyo adalah seorang pengusaha batik. Ia menyimpan uangnya sebesar Rp. 100.000.000 di sebuah bank. Bank tersebut memberikan bunga tabungan dengan sistem bunga majemuk sebesar 12% per bulan. Berapakah besarnya tabungan pak Mulyo setelah 5 bulan ? Jawab Diketahui : $M_o = 100.000.000$ $i = 12\% = 0,12$ $n = 5$ Ditanya : $M_n = ...$? Jawab: $M_n = M_o (1 + i)^n$ $M_{10} = 100.000.000\ (1 + 0,12)^5$ $M_{10} = 100.000.000\ (1,12)^5$ $M_{10} = 100.000.000.(1,762)$ $M_{10} = 176.200.000$	**3** **2** **5**
6.	Sebuah pinjaman sebesar Rp 850.000.000,00 yang harus dilunasi dengan 6 anuitas jika dasar bunga 4% per bulan dan pembayaran pertama dilakukan setelah sebulan. Sisa hutang pada akhir bulan kelima adalah? Jawab: $M = 850.000.000$ $b = 4\%$ $n = 6$ • **Anuitas** $A = \frac{b(M_0)(1+b)^n}{(1+b)^n - 1}$ $A = \frac{(0,04)(850.000.000)(1+0,04)^6}{(1+0,04)^6 - 1}$	**2** **4**

	$A = \frac{(0,04)(850.000.000)(1,04)^6}{(1,04)^6 - 1}$ $A = \frac{43.020.846,63}{0,2265319}$ $A = 162.147.628,43$ • **Sisa hutang pada akhir periode ke-5** $M_n = (1+b)^n \left(M - \frac{A}{b}\right) + \frac{A}{b}$ $M_n = (1+0,04)^5 \left(850.000.000 - \frac{162.147.628,43}{0,04}\right) + \frac{162.147.628,43}{0,04}$ $M_n = (1,04)^5 \left(850.000.000 - \frac{162.147.628,43}{0,04}\right) + \frac{162.147.628,43}{0,04}$ $M_n = 155.911.109,00$	**4**
	Skor Total	**60**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan= $\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ total}\ x\ 100\%$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami aplikasi atau penerapan barisan dan deret untuk masalah pertumbuhan ?		
2.	Apakah kalian memahami aplikasi atau penerapan barisan dan deret untuk masalah peluruhan ?		
3.	Apakah kalian memahami aplikasi atau penerapan barisan dan deret untuk masalah bunga majemuk ?		
4.	Apakah kalian memahami aplikasi atau penerapan barisan dan deret untuk masalah anuitas ?		

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

EVALUASI

1. Dari suatu barisan aritmetika, suku ketiga adalah 36, jumlah suku kelima dan ketujuh adalah 144. Jumlah sepuluh suku pertama deret tersebut adalah ….
   a. 840
   b. 660
   c. 640
   d. 630
   e. 315

2. Seorang ibu membagikan permen kepada 5 orang anaknya menurut aturan deret aritmetika. Semakin muda usia anak semakin banyak permen yang diperoleh. Jika banyak permen yang diterima anak kedua 11 buah dan anak keempat 19 buah, maka jumlah seluruh permen adalah …buah.
   a. 60
   b. 65
   c. 70
   d. 75
   e. 80

3. Seorang anak menabung di suatu bank dengan selisih kenaikan tabungan antar bulan tetap. Pada bulan pertama sebesar Rp. 50.000,00, bulan kedua Rp.55.000,00, bulan ketiga Rp.60.000,00, dan seterusnya. Besar tabungan anak tersebut selama dua tahun adalah ….
   a. Rp. 1.315.000,00
   b. Rp. 1.320.000,00
   c. Rp. 2.040.000,00
   d. Rp. 2.580.000,00
   e. Rp. 2.640.000,00

4. Dari suatu deret aritmetika diketahui $U_3 = 13$ dan $U_7 = 29$. Jumlah dua puluh lima suku pertama deret tersebut adalah ….
   a. 3.250
   b. 2.650
   c. 1.625
   d. 1.325
   e. 1.225

5. Suku ke – n suatu deret aritmetika $Un = 3n - 5$. Rumus jumlah n suku pertama deret tersebut adalah ….
   a. $Sn = {}^{n}/_{2} (3n - 7)$
   b. $Sn = {}^{n}/_{2} (3n - 5)$
   c. $Sn = {}^{n}/_{2} (3n - 4)$
   d. $Sn = {}^{n}/_{2} (3n - 3)$
   e. $Sn = {}^{n}/_{2} (3n - 2)$

6. Jumlah n buah suku pertama deret aritmetika dinyatakan oleh $Sn = {}^{n}/_{2} (5n - 19)$. Beda deret tersebut adalah ….
   a. – 5
   b. – 3
   c. – 2
   d. 3
   e. 5

7. Empat buah bilangan positif membentuk barisan aritmetika. Jika perkalian bilangan pertama dan keempat adalah 46, dan perkalian bilangan kedua dan ketiga adalah 144, maka jumlah keempat bilangan tersebut adalah ….
   a. 49
   b. 50
   c. 60
   d. 95
   e. 98

8. Jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah $S_n = n^2 + {}^5/_2\, n$. Beda dari deret aritmetika tersebut adalah ….
   a. $-\,{}^{11}/_2$
   b. – 2
   c. 2
   d. ${}^5/_2$
   e. ${}^{11}/_2$

9. Dari deret aritmetika diketahui suuku tengah 32. Jika jumlah n suku pertama deret itu 672, banyak suku deret tersebut adalah ….
   a. 17
   b. 19
   c. 21
   d. 23
   e. 25

10. Sebuah mobil dibeli dengan haga Rp. 80.000.000,00. Setiap tahun nilai jualnya menjadi ¾ dari harga sebelumnya. Berapa nilai jual setelah dipakai 3 tahun ?
    a. Rp. 20.000.000,00
    b. Rp. 25.312.500,00
    c. Rp. 33.750.000,00
    d. Rp. 35.000.000,00
    e. Rp. 45.000.000,00

11. Sebuah bola jatuh dari ketinggian 10 m dan memantul kembali dengan ketinggian ¾ kali tinggi sebelumnya, begitu seterusnya hingga bola berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah ….
    a. 65 m
    b. 70 m
    c. 75 m
    d. 77 m
    e. 80 m

12. Seutas tali dipotong menjadi 7 bagian dan panjang masing – masing potongan membentuk barisan geometri. Jika panjang potongan tali terpendek sama dengan 6 cm dan potongan tali terpanjang sama dengan 384 cm, panjang keseluruhan tali tersebut adalah … cm.
    a. 378
    b. 390
    c. 570
    d. 762
    e. 1.530

13. Sebuah bola pingpong dijatuhkan dari ketinggian 25 m dan memantul kembali dengan ketinggian $^4/_5$ kali tinggi semula. Pematulan ini berlangsung terus menerus hingga bola berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah … m.
    a. 100
    b. 125
    c. 200
    d. 225
    e. 250

14. Jumlah deret geometri tak hingga $\sqrt{2} + 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2} + \ldots$ adalah ….
    a. $^2/_3\,(\sqrt{2} + 1)$
    b. $^3/_2\,(\sqrt{2} + 1)$
    c. $2\,(\sqrt{2} + 1)$
    d. $3\,(\sqrt{2} + 1)$
    e. $4\,(\sqrt{2} + 1)$

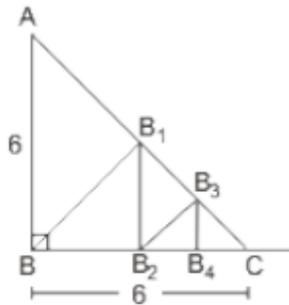
15. Jumlah deret geometri tak hingga adalah 7, sedangkan jumlah suku – suku yang bernomor genap adalah 3. Suku pertama deret tersebut adalah ….
    a. $^7/_4$
    b. ¾
    c. $^4/_7$
    d. ½
    e. ¼

16. Pertambahan penduduk suatu kota tiap tahun mengikuti aturan barisan geometri. Pada tahun 1996 pertambahannya sebanyak 6 orang, tahun 1998 sebanyak 54 orang. Pertambahan penduduk pada tahun 2001 adalah … orang.
    a. 324
    b. 486
    c. 648
    d. 1.458
    e. 4.374

17. Diketahui barisan geometri dengan $U_1 = x^{3/4}$ dan $U_4 = x\sqrt{x}$. Rasio barisan geometri tesebut adalah ….
    a. $x^2 . \sqrt[4]{x}$
    b. x^2
    c. $x^{3/4}$
    d. $\sqrt{x}$
    e. $\sqrt[4]{x}$

18. Diketahui suatu barisan aritmetika dengan $U_3 + U_9 + U_{11} = 75$. Suku tengah barsan tersebut adalah 68 dan banyak sukunya 43, maka U_{43} = ….
    a. 218
    b. 208
    c. 134
    d. 132
    e. 131

19. Jumlah tiga bilangan barisan aritmetika adalah 45. Jika suku kedua dikurangi 1 dan suku ketiga ditambah 5, maka barisan tersebut menjadi barisan geometri. Rasio barisan geometri tersebut adalah ….
    a. ½
    b. ¾
    c. 1½
    d. 2
    e. 3

20. Diketahi segitiga ABC siku – siku sama kaki seperti pada gambar.

    Jumlah semua panjang sisi miring AC + AB + BB_1 + B_1B_2 + B_2B_3 + … adalah ….
    a. $18(\sqrt{2}+1)$
    b. $12(\sqrt{2}+1)$
    c. $18\sqrt{2}+1$
    d. $12\sqrt{2}+1$
    e. $6\sqrt{2}+6$

21. Diketahui suku ke – 3 dan suku ke – 6 suatu deret aritmetika berturut – turut adalah 8 dan 17. Junlah delapan suku pertama deret tersebut sama dengan ….
    a. 100
    b. 110
    c. 140
    d. 160
    e. 180

22. Seutas tali dipotong menjadi 52 bagian yang masing – masing potongan membentuk deret aritmetika. Bila potongan tali terpendek adalah 3 cm dan yang terpanjang adalah 105 cm, maka panjang tali semula adalah … cm.
    a. 5.460
    b. 2.808
    c. 2.730
    d. 1.352
    e. 808

23. Diketahui deret geometri dengan suku pertama 6 dan suku keempat adalah 48. Jumlah enam suku pertama deret tersebut adalah ….
    a. 368
    b. 369

c. 378
d. 379
e. 384

24. Diketahui barisan aritmetika dengan Un adalah suku ke−n. Jika $U_2 + U_{15} + U_{40} = 165$, maka U_{19} = ….
a. 10
b. 19
c. 28,5
d. 55
e. 82,5

25. Tiga buah bilangan membentuk barisan aritmetika dengan beda tiga. Jika suku kedua dikurangi 1, maka terbentuklah barisan geometri dengan jumlah 14. Rasio barisan tersebut adalah ….
a. 4
b. 2
c. $\frac{1}{2}$
d. $-\frac{1}{2}$
e. −2

KUNCI JAWABAN EVALUASI :

1. B
2. D
3. D
4. D
5. A
6. E
7. B
8. C
9. C
10. C
11. B
12. D
13. D
14. C
15. A
16. D
17. E
18. E
19. D
20. B
21. A
22. B
23. C
24. D
25. B

DAFTAR PUSTAKA

Abdillah, Fahri. 2018. Matematika Kelas 11 | Barisan dan Deret Geometri: Rumus Un, Sn, dan Jenis-Jenis Deret Geometri Tak Hingga. Dalam: https://blog.ruangguru.com/barisan-dan-deret-geometri-rumus-un-sn-dan-deret-geometri-tak-hingga diakses 15 Setember 2020

Anonim. Bunga Tunggal, Bunga Majemuk, Penyusutan, & Anuitas. Dalam : https://www.studiobelajar.com/bunga-tunggal-majemuk-anuitas/ diakses 15 September 2020

Anonim. 2020. Aplikasi Deret Geometri Tak Hingga. Dalam. https://www.materimatematika.com/2017/10/aplikasi-barisan-dan-deret.html 15 September 2020

Imron, Muhammad. 2011. Bahan Ajar Pola, Barisan dan Deret. Universitas Gunadarma.

Manullang, Sudianto. dkk. 2017. Matematika SMA/MA Kelas XI. Jakarta : Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan

Muklis, Duparno. 2014. Matematika Mata Pelajaran Wajib Kelas XI Semester 1. Klaten: Intan Pariwara.

Suwarno, Muji. 2017. Aplikasi Barisan dan Deret. Dalam : https://www.materimatematika.com/2017/10/aplikasi-barisan-dan-deret.html tanggal 15 September 2020

Sukino. 2018. The Best Prestasi Matematika IPA. Bandung: Yrama Widya